# PHYSIQUE DU GLOBE.

---

## DÉTERMINATION

### DE LA LOI DU MOUVEMENT

**D'UN POINT MATÉRIEL SUR UN PLAN INCLINÉ,**

**A UNE LATITUDE QUELCONQUE,**

EN AYANT ÉGARD

à l'influence exercée par la rotation diurne de la terre.

PAR

**DE COLNET D'HUART,**

**Docteur en sciences, Professeur à l'Athénée de Luxembourg.**

LUXEMBOURG.

IMPRIMERIE DE **V. BUCK**, RUE DU CURÉ.

1860.

# PHYSIQUE DU GLOBE.

---

## DÉTERMINATION

### DE LA LOI DU MOUVEMENT

### D'UN POINT MATÉRIEL SUR UN PLAN INCLINÉ,

### A UNE LATITUDE QUELCONQUE,

EN AYANT ÉGARD

à l'influence exercée par la rotation diurne de la terre.

PAR

**DE COLNET D'HUART,**

Docteur en sciences, Professeur à l'Athénée de Luxembourg.

LUXEMBOURG.

IMPRIMERIE DE **V. BUCK**, RUE DU CURÉ.

---

1860.

# PHYSIQUE DU GLOBE.

Étant donné un cône circulaire droit renversé, dont l'axe est dirigée dans le sens contraire de la pesanteur; quel est le chemin parcouru par un point matériel qui se meut sur ce cône et qui n'est soumis qu'à l'action de la sphère?

Soient OX, OY, OZ trois axes rectangulaires fixes passant par le centre de la sphère de rayon R. — AC un rayon prolongé, sur la direction duquel se trouve l'axe du cône. Le mouvement de rotation autour de l'axe des Z est supposé uniforme, $\omega =$ vitesse de rotation d'un point situé à l'unité de distance de l'axe de rotation.

Supposons qu'à l'origine du mouvement l'axe AC du cône se trouve comme dans la figure dans le plan ZOX et qu'au bout du temps $t$ il se trouve dans le plan ZOD, l'angle DOX $= \omega t$.

Plaçons au sommet A du cône les coordonnées rectangulaires mobiles; l'axe AZ′ en sens contraire de la pesanteur, AX′ dans le plan du méridien dirigé vers l'équateur, l'axe AY′ perpendiculaire au méridien et dirigé au-dessus du plan de la figure.

Soit au bout du temps $t$, M la position du mobile sur le cône; soit MAZ′ $= n$ l'angle constant que fait chaque arête avec l'axe du cône, et $p$ l'angle variable que fait le plan MAZ′ avec le plan Z′AX′.

Posons : angle ZOA $= q$, $q$ sera le complément de la latitude au point A, et $r =$ AM.

Les coordonnées du point M par rapport aux axes X′, Y′, Z′ sont :

$$(1) \ldots \quad x' = r \sin n \cos p, \quad y' = r \sin n \sin p, \quad z' = r \cos n$$

Soient $x, y, z$ les coordonnées du point M par rapport aux axes fixes X, Y, Z. On aura facilement :

$$(2) \ldots \left\{ \begin{aligned} x &= (\mathrm{R} + r\cos n)\sin q \cos \omega t + r \sin n \cos p \cos q \cos \omega t \\ &\qquad - r \sin n \sin p \sin \omega t \\ y &= (\mathrm{R} + r\cos n)\sin q \sin \omega t + r \sin n \cos p \cos q \sin \omega t \\ &\qquad + r \sin n \sin p \cos \omega t \\ z &= (\mathrm{R} + r\cos n)\cos q - r \sin n \cos p \sin q \end{aligned} \right.$$

Trois forces agissent sur le point M : 1° la pesanteur dirigée de A vers O; 2° la force centrifuge dirigée de I vers A; 3° la résistance N de la surface conique dirigée suivant la normale au point M du cône.

Nommons $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ les angles que fait cette normale avec les axes des X, des Y et des Z; on aura en ayant égard aux équations (1)

$$(3)\ldots\left\{\begin{aligned}
&\cos\alpha=\sin n\sin q\cos\omega t-\cos n\cos p\cos q\cos\omega t\\
&\qquad+\cos n\sin p\sin\omega t\\
&\cos\beta=\sin n\sin q\sin\omega t-\cos n\cos p\cos q\sin\omega t\\
&\qquad-\cos n\sin p\cos\omega t\\
&\cos\gamma=\sin n\cos q+\cos n\cos p\sin q
\end{aligned}\right.$$

Les équations du mouvement du point matériel dans les conditions indiquées ci-dessus, et rapportées aux axes des X, des Y et des Z sont :

$$(4)\ldots\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^2x}{dt^2}+g\sin q\cos\omega t-\omega^2\mathrm{R}\sin q\cos\omega t\\
&\qquad-\mathrm{N}(\sin n\sin q\cos\omega t-\cos n\cos p\cos q\cos\omega t\\
&\qquad+\cos n\sin p\sin\omega t)=0\\
&\frac{d^2y}{dt^2}+g\sin q\sin\omega t-\omega^2\mathrm{R}\sin q\sin\omega t\\
&\qquad-\mathrm{N}(\sin n\sin q\sin\omega t-\cos n\cos p\cos q\sin\omega t\\
&\qquad-\cos n\sin p\cos\omega t)=0\\
&\frac{d^2z}{dt^2}+g\cos q-\mathrm{N}(\sin n\cos q+\cos n\cos p\sin q)=0
\end{aligned}\right.$$

Éliminons N entre les trois équations (4), il en résultera les deux suivantes que l'on obtient, la 1re en multipliant la 1re équation (4) par $\cos\omega t$, la 2e équation (4) par $\sin\omega t$, en ajoutant ces deux équations entre elles, puis en ajoutant la somme ainsi obtenue et multipliée par $(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)$ à la troisième équation (4) préalablement multipliée par $(\cos q\cos n\cos p-\sin q\sin n)$; la deuxième en multipliant la 1re équation (4) par $\sin\omega t$, en retranchant de celle-ci la 2e équation (4) multipliée par $\cos\omega t$ et en retranchant de cette différence préalablement multipliée par $(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)$ la 3e équation (4) préalablement multipliée par $\cos n\sin p$.

$$(5)\ldots\left\{\begin{aligned}
&(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\omega t+\frac{d^2y}{dt^2}\sin\omega t\right)\\
&\quad+\frac{d^2z}{dt^2}(\cos q\cos n\cos p-\sin q\sin n)+g\cos n\cos p\\
&\quad-\omega^2\mathrm{R}\sin q(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)=0\\
&(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\left(\frac{d^2x}{dt^2}\sin\omega t-\frac{d^2y}{dt^2}\cos\omega t\right)\\
&\quad-\frac{d^2z}{dt^2}\cos n\sin p-g\cos q\cos n\sin p=0
\end{aligned}\right.$$

Différentions deux fois de suite les équations (2) :

$$
(6)\ldots\left\{
\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{d^2r}{dt^2}\cos n\sin q\cos\omega t - 2\omega\frac{dr}{dt}\cos n\sin q\sin\omega t \\
&- \omega^2(\mathrm{R}+r\cos n)\sin q\cos\omega t + \frac{d^2r}{dt^2}\sin n\cos p\cos q\cos\omega t \\
&- 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q\cos\omega t \\
&- 2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\cos p\cos q\sin\omega t + 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q\sin\omega t \\
&- \omega^2 r\sin n\cos p\cos q\cos\omega t - r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\sin p\cos q\cos\omega t \\
&- \frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\cos q\cos\omega t - \frac{d^2r}{dt^2}\sin n\sin p\sin\omega t \\
&- 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\sin\omega t - 2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\sin p\cos\omega t \\
&- 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\cos\omega t + \omega^2 r\sin n\sin p\sin\omega t \\
&- r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\cos p\sin\omega t + r\frac{dp^2}{dt^2}\sin n\sin p\sin\omega t \\
&- r\frac{dp^2}{dt^2}\sin n\cos p\cos q\cos\omega t. \\
\frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{d^2r}{dt^2}\cos n\sin q\sin\omega t + 2\omega\frac{dr}{dt}\cos n\sin q\sin\omega t \\
&- \omega^2(\mathrm{R}+n\cos n)\sin q\sin\omega t + \frac{d^2r}{dt^2}\sin n\cos p\cos q\sin\omega t \\
&- 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q\sin\omega t + 2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\cos p\cos q\cos\omega t \\
&- r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\sin p\cos q\sin\omega t - r\frac{dp^2}{dt^2}\sin n\cos p\cos q\sin\omega t \\
&- 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q\cos\omega t - \omega^2 r\sin n\cos p\cos q\sin\omega t \\
&+ \frac{d^2r}{dt^2}\sin n\sin p\cos\omega t + 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\cos\omega t \\
&- 2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\sin p\sin\omega t + r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\cos p\cos\omega t \\
&- r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\sin p\cos\omega t - 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\sin\omega t \\
&- \omega^2 r\sin n\sin p\cos\omega t. \\
\frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{d^2r}{dt^2}(\cos n\cos q - \sin n\cos p\sin q) + 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\sin q \\
&+ r\frac{d^2p}{dt^2}\sin p\sin n\sin q + r\frac{dp^2}{dt^2}\cos p\sin n\sin q.
\end{aligned}
\right.
$$

Les deux premières équations (6) donnent :

$$(7)\ldots\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^2x}{dt^2}\cos\omega t+\frac{d^2y}{dt^2}\sin\omega t=\frac{d^2r}{dt^2}(\cos n\sin q+\sin n\cos p\cos q)\\
&\quad-r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\sin p\cos q-2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\sin p\\
&\quad-2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q-r\frac{dp^2}{dt^2}\sin n\cos p\cos q\\
&\quad-2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\cos p-\omega^2[(R+r\cos n)\sin q+r\sin n\cos p\cos q]\\
&\frac{d^2x}{dt^2}\sin\omega t-\frac{d^2y}{dt^2}\cos\omega t=-\frac{d^2r}{dt^2}\sin n\sin p-r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n\cos p\\
&\quad+r\frac{dp^2}{dt^2}\sin n\sin p-2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n\cos p\\
&\quad-2\omega\frac{dr}{dt}(\sin n\cos p\cos q+\cos n\sin q)\\
&\quad+2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q+\omega^2 r\sin n\sin p.
\end{aligned}\right.$$

Ces valeurs (7) subtituées dans les équations (5) donnent, après avoir fait les réductions convenables :

$$(8)\ldots\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^2r}{dt^2}\cos p-r\frac{d^2p}{dt^2}\sin^2 n\sin p\\
&\quad-2\omega\frac{dr}{dt}\sin n\sin p(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\\
&\quad-2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin^2 n\sin p-r\frac{dp^2}{dt^2}\sin^2 n\cos p\\
&\quad-2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\cos p(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\\
&\quad-\omega^2[(2R+r\cos n)\sin q+r\sin n\cos p\cos q]\times\\
&\quad(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)+g\cos n\cos p=0\\
&-\frac{d^2r}{dt^2}\sin p\cos q-r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n(\cos n\sin q+\sin n\cos p\cos q)\\
&\quad+r\frac{dp^2}{dt^2}\sin^2 n\sin p\cos q\\
&\quad-2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n(\cos n\sin q+\sin n\cos p\cos q)\\
&\quad-2\omega\frac{dr}{dt}(\sin n\cos p\cos q+\cos n\sin q)(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\\
&\quad+2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n\sin p\cos q(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\\
&\quad+\omega^2 r\sin n\sin p(\sin q\cos n\cos p+\cos q\sin n)\\
&\quad-g\cos q\cos n\sin p=0.
\end{aligned}\right.$$

Des deux équations (8) on tire les deux suivantes; — la première s'obtient en multipliant la première équation (8) par $\sin p \cos q$, la deuxième équation (8) par $\cos p$, en les ajoutant et réduisant; — la deuxième s'obtient : en multipliant la 1re équation (8) par $(\cos n \sin q + \sin n \cos p \cos q)$, la 2e équation (8) par $\sin n \sin p$, réduisant après avoir retranché la deuxième équation (8) ainsi préparée de la première :

$$r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n + 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n + 2\omega\frac{dr}{dt}(\sin n \cos q + \cos n \cos p \sin q)$$
$$+\omega^2[2R\sin q\cos q\sin p + r\sin q\sin p(\cos n\cos q - \sin n\sin q\cos p)] = 0$$
$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{dp^2}{dt^2}\sin^2 n - 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n(\cos n\cos p\sin q + \sin n\cos q)$$
$$-\omega^2[2R\sin q(\cos n\sin q + \sin n\cos p\cos q) + r\sin^2 n\sin^2 p$$
$$+ r(\cos n\sin q + \sin n\cos p\cos q)^2] + g\cos n = 0.$$

Ou plus simplement en négligeant l'arête $r$ du cône à côté du rayon R de la sphère :

$$r\frac{d^2p}{dt^2}\sin n + 2\frac{dr}{dt}\frac{dp}{dt}\sin n + 2\omega\frac{dr}{dt}(\sin n\cos q + \cos n\sin q\cos p)$$
$$+ 2\omega^2 R\sin q\cos q\sin p = 0.$$
$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{dp^2}{dt^2}\sin^2 n - 2\omega r\frac{dp}{dt}\sin n(\cos n\cos p\sin q + \sin n\cos q)$$
$$- 2\omega^2 R\sin q(\cos n\sin q + \sin n\cos p\cos q) + g\cos n = 0.$$

Or, si l'on applique ces formules au globe terrestre, la vitesse $\frac{dp}{dt}$ étant extrêmement petite, on peut sans erreur appréciable négliger son carré. De plus $\omega$ sera dans ce cas la vitesse de rotation d'un point situé à un mètre de distance de l'axe de rotation de la sphère qui fait un tour en vingt-quatre heures; cette vitesse sera donc aussi très-petite et on pourra négliger le produit $\omega\frac{dp}{dt}$.

Quant à la quantité $\omega^2$R en prenant toujours le mètre pour unité de longueur et la seconde pour unité de temps, on obtient :

$$(a)\ldots\left\{\begin{aligned} 2\omega &= \frac{4\pi}{24.60.60} = 0{,}0000145444 \\ 2\omega^2 R &= \frac{2\pi^2.6370000}{63200^2} = 0{,}0314800. \end{aligned}\right.$$

Le rayon de la terre étant pris = 6370000 mètres.

Les deux équations précédentes peuvent donc être mises sous cette forme :

$$(9)\ldots\left\{\begin{array}{l}\dfrac{d^2r}{dt^2}-2\omega^2\mathrm{R}\sin q\,(\cos n\sin q+\sin n\cos q\cos p)+g\cos n=0.\\[2ex] \dfrac{1}{r}\,\dfrac{d.\left(r^2\dfrac{dp}{dt}\right)}{dt}\sin n+2\omega\,\dfrac{dr}{dt}\,(\sin n\cos q+\cos n\sin q\cos p)\\ \qquad+2\omega^2\mathrm{R}\sin q\cos q\sin p=0.\end{array}\right.$$

Posons $-2\omega^2\mathrm{R}\sin q\,(\cos n\sin q+\sin n\cos q\cos p)+g\cos n=\gamma$.

De plus $r\sin n$ est le rayon ME de la circonférence parallèle à la base du cône qui passe par le point M ; $pr\sin n$ est l'arc, correspondant à l'angle $p$, pris sur la circonférence EMNN′ ; $pr^2\sin n$ est donc le double de l'aire de la portion de la surface conique soustendue par l'arc $pr\sin n$ ; $r^2\dfrac{dp}{dt}\sin n$ sera l'augmentation de cette aire pendant l'instant $dt$ perpendiculairement au rayon $r$ et divisé par ce temps $dt$, c'est donc la vitesse perpendiculairement à $r$ ;

$\dfrac{d.r^2\dfrac{dp}{dt}}{dt}\sin n$ est l'augmentation de cette vitesse pendant $dt$ et divisé par $dt$, c'est la force accélératrice qui tend à augmenter cet angle.

Cela posé par le principe de d'Alembert :

$$(b)..\ \mathrm{F}=-2\omega\,\frac{dr}{dt}(\sin n\cos q+\cos n\sin q\cos p)-2\omega^2\mathrm{R}\sin q\cos q\sin p$$

est la force qui agit sur le mobile, tangentielle au cône, et perpendiculairement à l'arête $r$.

Nommons $b$ l'arête du cône et $u$ l'espace parcouru par le mobile suivant l'arête $r$ après le temps $t$ ; nous aurons :

$$r=b-u\,;\quad \frac{dr}{dt}=-\frac{du}{dt}\,;\quad \frac{d^2r}{dt^2}=-\frac{d^2u}{dt^2}\,.$$

En substituant ces valeurs dans les équations $q$ et dans la formule $(b)$ il viendra en définitif :

$$(10)\left\{\begin{array}{l}\qquad\qquad\dfrac{d^2u}{dt^2}=\gamma\\[2ex] \dfrac{1}{b-u}\,\dfrac{d.\left[(b-u)^2.\dfrac{dp}{dt}\right]}{dt}\sin n-2\omega\,\dfrac{du}{dt}(\sin n\cos q+\cos n\sin q\cos p)\\ \qquad+2\omega^2\mathrm{R}\sin q\cos q\sin p=0.\end{array}\right.$$

$$(c)\ldots\quad F = 2\omega\frac{du}{dt}(\sin n \sin q + \cos n \sin q \cos p) - 2\omega^2 R \sin q \cos q \sin p$$

La force F qui a pour effet de pousser le mobile perpendiculairement à l'arête MA, suivant laquelle il se meut, se compose de deux termes, le premier qui est proportionnel à la vitesse du corps, le second qui poussera le corps vers le sud dans l'hémisphère boréal et vers le nord dans l'hémisphère austral. Cette dernière partie de la force F, indépendante de la vitesse du mobile, agira aussi sur les corps en repos sur la surface de la sphère, tendra à déformer cette sphère et elle se trouvera annulée, lorsque la sphère aura pris la forme d'un ellipsoïde planétaire, comme je me propose de le démontrer dans une prochaine communication. Quant au premier terme, il rendra compte du mouvement d'un mobile à la surface du globe terrestre, sur lequel la déformation est assez peu considérable pour ne pas changer sensiblement la valeur de ce terme calculé sur la sphère.

Cela posé, remplaçons les valeurs ($a$) dans la formule ($c$) :

$$(d)\ldots\quad F = 0{,}0000145 \,.\, \frac{du}{dt}(\cos q \sin n + \cos n \sin q \cos p)$$
$$- 0{,}0314800 \sin q \cos q \sin p$$

et si nous faisons abstraction du second terme,

$$(e)\ldots\quad F = 0{,}0000145 \,.\, \frac{du}{dt}(\cos q \sin n + \cos n \sin q \cos p).$$

La nature de la question exclut les valeurs nulles et négatives de la vitesse $\frac{du}{dt}$, le signe de F ne peut donc dépendre que du facteur $\cos q \sin n + \sin q \cos n \cos p$.

Un observateur placé sur le bord du cône, dans le plan EMA, que fait l'arête MA avec l'axe du cône, et la face tournée vers cet axe, verra le mobile se déplacer vers sa droite lorsque F sera positif; ni vers sa droite ni vers sa gauche lorsque F sera nul; et vers sa gauche lorsque F sera négatif. Dans le second cas le mobile se mouvra suivant l'arête MA du cône, comme cela aurait toujours lieu si la terre était immobile et sphérique.

1° F est positif lorsque $-\cos p < \tan n \cot q$

2° F est nul lorsque $-\cos p = \tan n \cot q$

3° F est négatif lorsque $-\cos p > \tan n \cot q$.

Il faut se rappeler que $q$ est le complément de la latitude.

Le cône devient un plan horizontal lorsque $n = 90^\circ$; mais alors $\tang n = \infty$ et l'inégalité $-\cos p < \infty$ se trouve toujours vérifiée.

On en conclut ce qui d'ailleurs est connu depuis longtemps, qu'un corps qui se meut sur un plan horizontal à la surface de la terre dévie toujours vers la droite. Ceci est conforme à l'expérience de Fourcault, dans laquelle le pendule très-long se meut sensiblement dans un plan horizontal.

Si pour une même valeur de $q$ on diminue la valeur de $n$, il arrivera un moment où pour une ou deux arêtes du cône on aura :

$$-\cos p = \operatorname{tang} n \cot q.$$

C'est l'équation d'une nouvelle surface conique qui sépare les arêtes suivant lesquelles le mobile est poussé vers la droite de celles suivant lesquelles il est poussé vers la gauche. Nous l'appellerons cône de séparation.

Pour construire le cône de séparation, mettons l'équation précédente sous cette forme :

$$a \cos(180 - p) \operatorname{tang} q = a \operatorname{tang} n.$$

Soit APBP' un méridien terrestre, $POA = q$, PP' étant l'axe de la terre; A la position du sommet du cône ANMN'. Nommons $AE = a$, menons AT parallèle à l'axe de la terre PP'; $EAT = q$; $ET = a \operatorname{tang} q$. Imaginons un plan perpendiculaire au méridien et passant par la droite ET, du point O' milieu de ET comme centre et avec un rayon O'T, décrivons une circonférence dans ce plan. De plus prenons l'angle $NEM' = p$, M'ET sera égal à $180^\circ - p$; abaissons du point T la perpendiculaire TF sur EM'; EF sera égal à $a \operatorname{tang} q \cos(180^\circ - p) = a \operatorname{tang} n$. Le point F est donc un point de la surface du cône de séparation sur le plan du cercle MNN'M', la droite qui joint le point F au point A sera une arête du cône de séparation. L'angle TFE étant un angle droit, il s'ensuit que la trace du cône de séparation sur le plan NMN' est une circonférence de cercle, dont le diamètre $ET = a \operatorname{tang} q$ est tel, qu'il est horizontal et inscrit dans l'angle formé par la verticale du lieu de l'observation A, et la parallèle à l'axe de la terre menée par ce point A.

Il est facile de voir sur la figure que :

1° le cône circulaire droit ANMN' peut être extérieur au cône de séparation, et alors $-\cos p < \tang n \cot q$ et le mobile dévie vers la droite sur toutes ses arêtes.

2° Le cône droit ANMN′ peut être tangent en AT au cône de séparation et alors pour toutes ses arêtes on a encore $-\cos p < \tang n \cot q$ excepté pour l'arête AT pour laquelle on a $-\cos p = \tang n \cot q$; donc le mobile dévie vers la droite sur toutes les arêtes, excepté sur l'arête TA (parallèle à l'axe de la terre) sur laquelle il n'y a aucune déviation;

3° Enfin le cône droit ANMN′ peut couper le cône de séparation, et alors il aura 2 arêtes communes avec ce cône. Pour les arêtes extérieures au cône de séparation on a $-\cos p < \tang n \cot q$ et le mobile dévie à droite; pour les deux arêtes appartenant à la fois aux deux cônes on a $-\cos p = \tang p \cot q$ et sur ces deux arêtes il n'y a aucune déviation; enfin pour les arêtes intérieures au cône de séparation on a $-\cos p > \tang n \cot q$ et le mobile dévie à gauche.

Le cône droit étant le lien géométrique d'une suite de plans passant par le sommet A et tangent au cercle de base, on pourra encore résumer de la manière suivante le résultat de notre analyse.

Par un point A pris sur la surface de la terre menez la verticale AZ′ et une parallèle AT à l'axe de la terre; inscrivez dans l'angle formé par ces deux droites une horizontale ET, menez un cercle horizontal dont ET sera le diamètre, que ce cercle soit la base d'un cône dont A est le sommet, ce cône sera le cône de séparation.

1° Un mobile qui se meut sur un plan, dont la ligne de plus grande pente est une arête du cône de séparation, le mouvement initial étant dans la direction de cette arête, ne dévie ni vers la droite ni vers la gauche, comme si la terre était sphérique et immobile.

2° Un mobile qui se meut sur un plan, dont la ligne de plus grande pente est une droite située au dehors du cône de séparation et passant par le point A, le mouvement initial du mobile étant suivant la direction de la ligne de plus grande pente, dévie vers la droite.

3° Un mobile qui se meut sur un plan, dont la ligne de plus grande pente est une droite située au dedans du cône de séparation et passant par le point A, le mouvement initial du mobile étant suivant la direction de la ligne de plus grande pente, dévie vers la gauche.

Il est évident que pour l'hémisphère austral, les constructions restent les mêmes, mais il faut changer le mot gauche en droite et réciproquement.

Quant au cône de séparation, il varie avec la latitude :

Au pôle la verticale et l'axe de la terre coïncident; le cône se réduit à une droite qui est l'axe de la terre. Ainsi au pôle, le mobile dévie toujours vers la droite, sauf sur la verticale, sur laquelle il n'y a aucune déviation. A l'équateur, la verticale est perpendiculaire à l'axe de la terre, l'horizontale inscrite dans cet angle est infinie, et le cercle de base du cône de séparation est infini. Le cône de séparation se réduit à un plan horizontal.

Ainsi le mobile qui se meut sur un plan horizontal n'éprouvera aucune déviation, et le mobile qui, sur l'équateur, se meut dans une direction inclinée, éprouvera une déviation vers la gauche dans l'hémisphère boréal et vers la droite dans l'hémisphère austral.

---

## INTÉGRATION DES ÉQUATIONS (10).

Pour faciliter cette intégration, supposons que le mobile, par suite de frottements ou d'autres causes semblables, ait un mouvement uniforme, $\gamma$ sera égal à zéro; soit $a$ la vitesse du mobile

$$\frac{d^2u}{dt^2} = 0, \quad \frac{du}{dt} = a \quad \text{et} \quad u = at,$$

car $u = 0$ quand $t = 0$.

La seconde équation (10) devient :

$$\frac{1}{b-at}\,\frac{d\left[(b-at)^2\,\frac{dp}{dt}\right]}{dt}\sin n - 2\omega a(\sin n\cos q + \cos n\sin q\cos p) = 0.$$

En posant $b - at = r$ elle prend la forme :

$$\frac{a^2}{r}\,\frac{d\,.\,r^2\,\frac{dp}{dr}}{dr} = 2a\omega\left(\frac{\sin n\cos q + \cos n\sin q\cos p}{\sin n}\right)$$

Supposons $\cos p$ constant, ce qui est permis dans une première approximation; et pour plus de simplicité posons :

$$\mathrm{H} = \frac{a\omega\,(\sin n\cos q + \cos n\sin q\cos p)}{\sin n}$$

On aura successivement

$$ad\,.\,r^2\frac{dp}{dr} = 2\mathrm{H}\,r\,dr; \quad \text{et} \quad \frac{dt}{dr} = -\frac{1}{a}$$

Intégrons :

$$a\frac{dp}{dr} = \mathrm{H} + \frac{\text{const}}{r^2};$$

$$-\frac{dp}{dt}=\mathrm{H}+\frac{\text{const}}{(b-at)^2}$$

pour $t=0$, $\frac{dp}{dt}=0$; donc const $=-\mathrm{H}b^2$

$$\frac{dp}{dt}=\left[\frac{b^2}{(b-at)^2}-1\right]\mathrm{H}; \quad \text{ou}$$

$$\frac{dp}{dt}=\left[\frac{b^2}{(b-at)^2}-1\right]\frac{a\omega(\sin n\cos q+\cos n\sin q\cos p)}{\sin n}$$

Le facteur $\frac{b^2}{(b-at)^2}-1$ est toujours positif, le signe de la vitesse angulaire $\frac{dp}{dt}$ dépendra donc entièrement du facteur $\sin n\cos q + \cos n\sin q\cos p$.

Ainsi en discutant cette vitesse angulaire, on serait parvenu aux mêmes résultats que ceux obtenus plus haut. Mais les valeurs de $\frac{dp}{dt}$ fourniront l'intensité de la force déviatrice pour les diverses inclinaisons des plans sur lesquels se meut le mobile.

L'intégrale de la même équation est

$$p=\alpha+\frac{\mathrm{H}}{a}\left(b-at+\frac{b^2}{b-at}-2b\right)$$

en supposant $t=0$ quand $p=\alpha$.

Remplaçons H par sa valeur

$$(m).\ p=\alpha+\omega\left[(b-\alpha t)+\frac{b^2}{b-\alpha t}-2b\right]\left(\frac{\sin n\cos q+\cos n\sin q\cos p}{\sin n}\right)$$

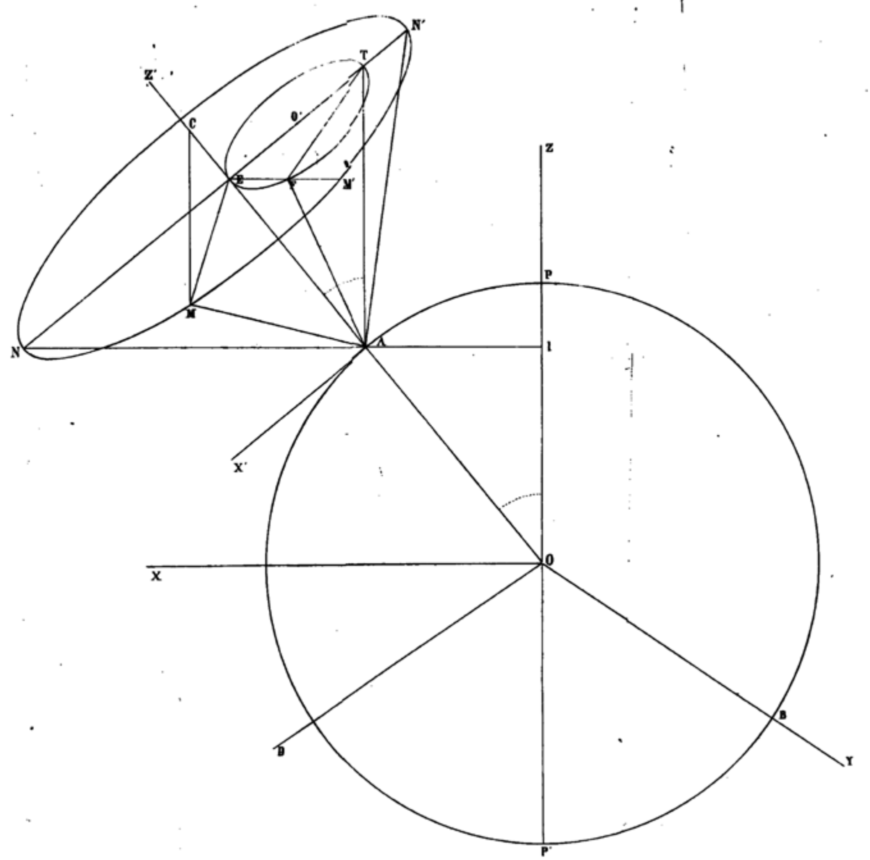
le facteur $\left[(b-\alpha t)+\frac{b^2}{b-\alpha t}-2b\right]$ ne peut pas devenir négatif, puisque $\alpha t$ est toujours plus petit que $b$.

Pour le plan horizontal on a $n=90$, $\sin n=1$, $\cos n=0$ et la formule $(m)$ devient rigoureusement exacte, puisque le terme qui contient $\cos p$ disparaît. Elle prend la forme bien connue

$$p=\alpha+\omega\left[b-\alpha t+\frac{b^2}{b-\alpha t}-2b\right]\cos q,$$

et comme $\cos q$ ne peut pas devenir négatif dans l'hémisphère boréal, le mobile dévie toujours vers la droite.

août 1860.



N'
T
Z'
C
O'
Z
E
F
M'
P
M
N
A
I
X'
X
O
B
Y
D
P'