ELEMENTA MECHANICES

PRÆLECTIONIBUS PUBLICIS
SCHOLARUM SUPERIORUM
PATRIÆ MONASTERIENSIS

Accommodabat,

CASPARUS ZUMKLEY
EMINENT. ELECT. COLON. PRINC. MONAST.
MATHEMAT. ET PHYSICUS, STUDIO-
RUM DIRECTOR, MATH. PROF.
P. ET O.

Monasterii Westphaliæ
Apud PHILIPP. HENRIC. PERRENON.
1774.

ELEMENTA MECHANICES.

I. Motus uniformis.

1. *Def.* Si corpus locum mutet; dicitur *eſſe in motu.*

2. *Coroll.* Siquidem de *ſola* mutatione loci ſermo ſit; non conſideratur magnitudo, aut figura corporis. Tunc ergo, corpora mota, punctorum inſtar ſpectari poſſunt.

3. *Def.* Via, quam deſcribit corpus vel punctum mobile, eſt linea *recta* vel *curva.* Siquidem deſcribat rectam; recta hæc dicitur *directio motus.* Si

deſcribat curvam; mobile continuo mutat directionem. (*Geometriæ* N. 6.).

4. *Def.* Siquidem corpus *tantundem* ſpatii deſcribat tempore vel momento conſequenti, quantum antecedenti; motus dicitur *uniformis*; ſecus, *difformis*.

5. *Princip.* I. Duo corpora A & B, motu uniformi, deſcribant idem ſpatium; eo celerius erit corpus A præ alio B; quo minus temporis impendit A.

6. *Coroll.* Si ſpatia ſint æqualia; celeritates erunt in ratione temporum reciproca.

7. *Principium* II. Duo corpora A & B eodem tempore abſolvant motum uniformem; eo celerius erit corpus A præ alio B, quo plus ſpatii confecerit A.

8. *Coroll.* Si tempora ſint æqualia; celeritates erunt in ratione ſpatiorum directa.

9. *Coroll.* Celeritatem corporis A vocando C, ſpatium S, tempus T; corporis B celeritatem c, ſpatium s, tempus t,

ſi fuerit $s = S$;
erit $C : c = t : T$.
ſi fuerit $t = T$;
erit $C : c = S : s$.

10. *Probl.* Sint jam ſpatia & tempora *diverſa*, & quidem corporis A ſpatium S, tempus T; corporis B ſpatium s, tempus t: quæritur ratio celeritarum, ſive C : c.

Sol. Aſſumatur tertium corpus G, cujus celeritas ſit K, ſpatium S, tempus t; comparando A cum G

erit ob $S = S$
$C : K = t : T$.

comparando G cum B:

erit ob $t = t$
$K : c = S : s$

Ergo $CK : Kc$ (*Alg.* 204.) $= C : c$

$$= St : sT = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}.$$

id eſt: celeritates duorum corporum ſunt in ratione compoſita ex directa ſpatiorum & inverſa temporum, ſive quod idem eſt, ſunt uti ſpatia diviſa per tempora.

11. *Schol.* Mobile A decurrat tempore 8 ſecundorum, ſpatium 4 perticarum; & mobile B tempore 12 ſecundorum, ſpatium 2 perticarum: erit celeri-

leritas mobilis A triplo major celeritate mobilis B.

$$\text{est enim } S = 4^{o} \quad s = 2^{o}$$
$$t = 12'' \quad T = 8''$$
$$\& \ C : c = St : sT$$
$$\text{Ergo } C : c = 4.\,12 : 2.\,8 = 48 : 16 = 3 : 1,$$

12. *Coroll.* Cum sit, $C : c = St : sT$

erit $C\,sT = c\,St$ (*Alg.* 193)

hinc $S : s = CT : ct$

$$\& \ T : t = cS : Cs = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}$$

id est: spatia erunt in ratione composita ex directa celeritatum & temporum; tempora vero ipsa in ratione composita ex directa spatiorum & celeritatum reciproca.

13. *Schol.* Mechanicis usitatæ sunt hæ expressiones. $c = \frac{s}{t}$, item $s = ct$. rursum $t = \frac{s}{c}$, ubi signum æqualitatis non indicat æqualitatem reipsa talem, sed relationem, ita, ut variato uno,

ea-

eadem lege varietur alterum. Sic $s = ct$ non indicat æqualitatem ſpatii, cum producto celeritatis in tempus, (ſpatium enim, quod decurritur, tempusque, quo illud fit, ſunt quantitates heterogeneæ) id tantummodo indicatur; eo plus ſpatii decurri, quo majus fit hoc ipſum productum, & vice verſa. Similiter $c = \frac{s}{t}$ indicat eo majorem eſſe celeritatem, quo majus eſt ſpatium, & quo minus eſt tempus. Similiter ſi variatis cæteris aſſumatur eadem quantitas & invariata; ponitur hæc $= 1$, & reliquæ literæ indicabunt legem variationis. Eſt $c = \frac{s}{t}$, ſi jam idem aſſumatur tempus; fiat $t = 1$, & erit $c = s$, id eſt: ſub eodem tempore celeritas eſt directe uti ſpatium. Si ſpatium aſſumatur idem; erit $s = 1$, & $c = \frac{1}{t}$, id eſt: celeritas eſt, uti tempus reciproce.

14. *Schol.* Si recta AB exhibeat tempus, recta item BC celeritatem tempori respondentem; spatium exhibebitur per AB × BC, sive per rectangulum ABCD, & ratio spatiorum eadem erit cum ratione rectangulorum.
Fig. 1.

15. *Schol.* Utcunque motus sit difformis; nihilominus pro uniformi haberi potest, respectu duorum tempusculorum proxime contiguorum, quæ sint *minora quovis dabili*. Cum celeritas corporis non varietur *repente*, sed *successive*; quolibet finito & determinato tempore accedet aut decedet mobili, gradus celeritatis, *finitus* pariter & determinatus. Si vero assumatur duorum tempusculorum proxime contiguorum quodvis assignabili quolibet minus: cuilibet respondebit incrementum velocitatis aut decrementum pariter assignabili quovis minus. Erit adeo differentia inter velocitatem temporis proxime antecedentis & consequentis data quavis minor. Cum ergo tempuscula sint eadem; spatia erunt uti celeritates, id est: quovis tempusculo æquali spatiola decurrentur æqualia, eritque motus uniformis... Patet hinc, quomodo

do motus utcunque variatus reduci ad uniformem possit.

II. QUANTITAS MOTUS.

16. *Observatio.* Si præter mutationem loci, dato tempore, à mobili factam, consideremus ipsum corpus; erit illud præditum triplici extensione sive soliditate. Soliditas hæc dicitur *Volumen.* Constabit idem mobile, certo particularum *suarum* numero: & numerus hic particularum dicitur corporis *massa.* In omni adeo corpore spectari potest volumen & massa.

17. *Principium* I. Sint duo corpora A & B ejusdem voluminis: eo densius erit A, quo plus massæ complectitur, quam B.

18. *Cor.* Si duo corpora sint ejusdem voluminis; densitates erunt directe, uti massæ.

19. *Principium* II. Sint duo corpora A & B ejusdem massæ: eo densius erit A, quo minore volumine constat.

20. *Cor.* Si ergo duo corpora sint ejusdem massæ; densitates erunt reciproce uti volumina.

21. *Cor.* Corporis A densitatem vocando D, massam M, volumen V; corporis B densitatem vocando d, massam m, volumen v.

Si fuerit $M = m$
erit $D : d = v : V$.

si fuerit $v = V$
erit $D : d = M : m$.

22. *Probl.* Sint jam massæ & volumina diversa: & quidem corporis A massa M, volumen V; corporis B massa m, volumen v. Quæritur ratio densitatum sive $D : d$

Sol. Assumatur tertium corpus G, cujus densitas vocetur δ, massa M, volumen v.

comparando A cum G
erit $D : \delta = v : V$
ob $M = M$.

comparando G cum B:
erit $\delta : d = M : m$
ob $v = v$

Ergo $D\delta : \delta d = D : d = Mv : mV$
$= \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$.

id

id eſt: denſitates duorum corporum ſunt in ratione compoſita ex directa maſſarum & reciproca voluminum, ſive quod idem eſt; ſunt uti maſſæ diviſæ per volumina.

23. *Cor.* $DmV = dMv$

ergo $M : m = DV : dv$

$V : v = dM : Dm = \frac{M}{D} : \frac{m}{d}$

id eſt: maſſæ ſunt in ratione compoſita ex directa denſitatum & voluminum; volumina in ratione compoſita ex directa maſſarum & reciproca denſitatum.

24. *Schol.* Mechanici iterum dictas proportiones hac exprimunt ratione: $d = \frac{m}{v}$.

item $m = dv$

adeoque $v = \frac{m}{d}$.

25. *Def.* *Vis motrix* dicitur quævis cauſa, quæ agit, ut moveatur corpus; ſive jam motus reipſa ſequatur, ſive impediatur.

26. *Cor.* Si nullum adſit impedimentum;

tum; ea vi movebitur corpus, sive talis erit tantusque motus, quanta fuerit vis impressa.

27. *Cor.* Cum vis impressa, adeoque & motus inde subnascens major minorve esse possit; *mensura* exprimens excessum unius vis motricis, & motus inde consecuti, præ alio, dicitur *quantitas motus.*

28. *Principium* I. Duo corpora motu uniformi lata sint prædita eadem celeritate: eo majori vi motrice opus est; quo major est massa, quæ movetur.

29. *Cor.* Si celeritates sint æquales; vires, adeoque quantitates motus erunt uti massæ directe.

30. *Principium* II. Duo corpora uniformiter mota sint æqualis massæ; eo majori vi motrice opus est, quo majus spatium à mobili conficietur.

31. *Cor.* Si massæ sint æquales; vires motrices adeoque quantitates motus, erunt directe uti celeritates.

32. *Cor.* Corporis A sit massa M, ce-

celeritas C; corporis B maſſa m, celeritas c, ſint porro quantitates motus Q, q:

ſi fuerit $C = c$;

erit $Q : q = M : m$.

ſi ſit $M = m$

erit $Q : q = C : c$

33. *Probl.* Sint jam diverſæ maſſæ & celeritates, & quidem corporis A maſſa M, celeritas C; corporis B maſſa m, celeritas c; quæritur ratio quantitatum motus $Q : q$, ſive ratio virium.

Sol. Aſſumatur tertium corpus G, cujus quantitas motus ϕ, maſſa M, celeritas c.

comparando A cum G erit:

$$Q : \phi = C : c$$

comparando G cum B

$$\phi : q = M : m$$

Ergo $Q\phi : \phi q = Q : q = MC : mc$.

id eſt: quantitates motus ſunt in ratione compoſita ex directa maſſarum, & celeritatum.

34. *Cor.* Si maſſæ ſint in ratione celeritatum *reciproca*; quantitates motus erunt æquales inter ſe.

eſt enim per hypotheſin

$$M : m = c : C$$

ergo $MC = mc$

ergo $Q = q$.

35. *Cor.* Viciſſim ſi quantitates motus ſint æquales, ſub diverſis maſſis & celeritatibus; erunt maſſæ in ratione celeritatum reciproca.

eſt enim

$$Q = q$$

ergo $MC = mc$

adeoque $M : m = c : C$. (*Alg.* 195)

36. *Schol.* Formulæ mechanicæ tales ſunt: $q = mc$; $m = \frac{q}{c}$; $c = \frac{q}{m}$.

Eſto jam $c = \frac{1}{m}$ id eſt: maſſæ reciprocent cum celeritatibus; erit $mc = 1$ id eſt quantitas motus erit invariata ſeu eadem. Rurſus cum ſit $c = \frac{s}{t}$;

erit

erit $q = \frac{ms}{t}$. Et posito tempore eodem sive $t = 1$, erit $q = ms$.

III. Gravitas Corporum.

37. *Experientia* I. Corpora omnia prope superficiem terræ posita, si sibi relinquantur, cadunt deorsum. Dum autem cadunt, rectas describunt quoad sensum parallelas. Nisus ille cadendi deorsum dicitur *gravitas* : rectæ descriptæ vocantur *directiones* gravium ; planum his rectis perpendiculare dicitur *horizontale*.

38. *Experiéntia* II. Planum horizontale est parallelum, vel etiam coincidit cum plano superficiei terrestris, cui insistimus.

39. *Coroll.* Directio gravium est perpendicularis superficiei telluris.

40. *Coroll.* Si ergo tellus nostra sit sphæra admodum ingentis radii; arcus comparate exiguus non differet sensibiliter à tangente (*Geom.* 119.) Similiter pars superficiei admodum exigua congruet cum plano tangente sphæram.

Di-

Directiones ergo gravium erunt perpendiculares tangenti: jacebunt adeo in directione radii (*Geom.* 118.) Ergo directiones gravium convergent versus centrum terræ (*Geom.* 11.)

41. *Schol.* Angulus, quem faciunt directiones duorum gravium *exiguæ distantiæ* in centro telluris, admodum exiguus est: si ergo cogitetur triangulum isosceles, cujus latera radii telluris, basis ejusdem tangens; duo reliqui non different notabiliter à duobus rectis, (*Geom.* 76.) adeoque directiones gravium prope superficiem terræ videbuntur parallelæ, (*Geom* 71.) licet de cætero reipsa convergant.

42. *Schol.* Tellurem nostram, *citra errorem hic notabilem*, pro Sphaera haberi posse, ostendunt Geographi.

43. *Exper.* III. Majore vi opus est, ut sustentem E. G. pollicem cubicum plumbi, quam lapidis aut ligni.

44. *Coroll.* Dantur ergo corpora gravia, quæ viribus diversis sustentare opus est, ne ruant, licet de cætero ejusdem sint voluminis. Istiusmodi corpora dicuntur diversum habere Pondus.

45. *Exper.* IV. Quo plures partes materiæ, ſive quo plus maſſæ ſub dato volumine adeſt, eo plus virium impendi debet, ut ſuſtentetur.

46. *Coroll.* Pondera corporum ſunt maſſis proportionalia, ſive vocando pondera duorum corporum P & p, erit $P : p = M : m$.

47. *Schol.* More mechanicis uſitato ponendo $p = m$; erit $q = mc = pc$. id eſt: quantitas motus erit in ratione compoſita celeritatis & ponderis; vel etiam $q = \frac{ps}{t}$ & poſito $t = 1$; erit $q = ps$ id eſt: *ſub eodem tempore* quantitas motus eſt in ratione compoſita, ponderis & ſpatii motu uniformi decurrendi.

48. *Exper.* V. Si corpus ope fili aut virgæ (cujus pondus in conſiderationem non venit) trudatur vel trahatur; idem erit impulſus, ſeu virga ſit longa ſive brevis: & ſiquidem corpus é filo dependeat; (præciſo rurſum fili pondere) nec plus, nec minus ponderabit;

cu-

cujuscunque demum longitudinis ſit filum.

49. *Cor.* Actio virium & ponderum eſt eadem in quovis directionis ſuæ puncto.

50. *Exper.* VI. Ut ut varietur Figura corporis; cæteris iisdem manentibus, idem ſemper remanebit pondus.

51. *Cor.* Poteſt adeo pondus conſiderari citra ſpatium, quod occupat reipſa, adeoque pondus cenſeri inſtar puncti ponderantis.

IV. Æquilibrium.

52. *Def.* Si una vis alterius effectum plene elidat; vires dicuntur oppoſitæ, & tunc habetur ſtatus *æquilibrii.*

53. *Theor.* Si vires ſint oppoſitæ; ſint autem ſpatia, quæ alias eodem tempore decurrerentur, ponderibus reciproce proportionalia; vires hæ erunt æquales, adeoque ob earundem oppoſitionem habebitur æquilibrium.

Dem. Eſt P : p = s : S, (*hyp.*) ergo PS = ps. (47) Et ratione oppoſitionis PS — ps = o.

54. *Coroll.* Viciſſim ſi habeatur æquilibrium, ſive ſit $PS - ps = 0$ ſeu $PS = ps$; erit $P : p = s : S$ id eſt: in ſtatu æquilibrii ſpatia eodem tempore decurrenda, ſi non adeſſet obſtaculum, ſunt ponderibus reciproce proportionalia.

55. *Schol.* Eſto maſſa ſive pondus $P = 50$ librarum, ſit autem ejusdem celeritas talis, ut, ſi non adeſſet obſtaculum, poſſet tempore unius ſecundi decurrere ſpatium $= S = 4°$. Eſto alia item maſſa ſive pondus = 20 librarum, eaque celeritas, ut eodem tempore poſſit decurrere ſpatium $= s = 10°$, eſſet ob $P : p = s : S$ ſive $50 : 20 = 10 : 4$, quantitas motus utrobique eadem, videlicet = 200. Si ergo ponantur directiones oppoſitæ; eo ipſo vires æquales elidentur plane, & nullus ſubſequetur motus.

V. MACHINÆ SIMPLICES.

1. Vectis.

56. *Def.* Cogitetur linea recta inflexilis, & gravitatis expers alicubi firmata

aut sustentata, cujus extremis adnexa sint pondera: habebitur idea *vectis*.

Fig. 2. 57. *Déf.* Si fulcrum C est in medio inter pondera P & p; dicitur *Vectis* AB *heterodromus* seu *primi generis*.

Fig. 3. 58. *Def.* Si P & p sint ad eandem partem & fulcrum in A; *vectis* AB dicitur *homodromus* seu *secundi generis*.

Fig. 4. 59. *Theor.* Sint pondera P & p applicata ad vectem AB; erit ponderis P à fulcro C distantia AC = D; ponderis p ab eodem fulcro distantia CB = d. Sint porro pondera in ratione distantiarum reciproca sive sit P : p = d : D; dico fore æquilibrium.

Dem. Si negas; descendat P, describatque arcum Aa = S; ascendet eodem tempore & quidem versus partem oppositam p describetque arcum Bb = s, qui arcus, ob angulos verticales æquales, erunt similes inter se. Arcus similes sunt uti radii CB, CA, sive uti d : D (*Geom.* 177.)

ergo d : D = s : S

est autem P : p = d : D per hypoth.

er-

$$\text{ergo } P : p = s : S$$
$$\text{adeoque } PS = ps$$

id eſt: ſi vectis moveretur; forent motus quantitates & oppoſitæ, & æquales inter ſe. Habetur adeo æquilibrium. (53.)

60. *Cor.* Si fuerit pd = PD; id eſt: ſi producta ponderum in diſtantias à fulcro æqualia ſint; habebitur æquilibrium. Producta hæc dicuntur *momenta*.

61. *Cor.* Si fuerit P = p; erit D = d, & viciſſim. Id eſt: ſi pondera utrimque fuerint æqualia, adeoque diſtantiæ æquales; habebitur æquilibrium. Erit hoc pariter; ſi æquales diſtantiæ ſint, adeoque pondera æqualia.

62. *Schol.* Patet ex his pondus minus E. g. 50 librarum poſſe eſſe in æquilibrio cum pondere duplo majore, modo illius diſtantia viciſſim ſit duplo major. Pondus minus *potentiæ* vocabulo compellari ſolet. Cum porro E. g. manus hominis valeat ſuſtinere vectem ab alia parte 100 libris oneratum, modo exſerat vim æquivalentem ponderi mi-

nori: patet eo ipſo, ponderis loco potentiam quamcunque aſſumi poſſe. Eſt adeo PD *momentum ponderis*; pd *momentum potentiæ*.

63. *Theor.* Viciſſim, ſi in vecte primi generis habeatur æquilibrium; erit ſemper P : p = d : D. Id eſt: pondera erunt diſtantiis reciproce proportionalia.

Dem. Eſt in caſu æquilibrii PS = ps

ergo P : p = s : S

Jam vero s : S = d : D

ergo P : p = d : D.

64. *Cor.* Si ſit præterea P = p; erit d = D & viciſſim. Si ſit æquilibrium ſub æqualitate ponderis; erunt diſtantiæ æquales. Si diſtantiæ ſint æquales; æquabuntur pondera in eadem hypotheſi æquilibrii.

65. *Schol.* Demonſtrata de vecte primi generis vecti ſecundi generis facile
Fig. 5. applicantur, modo loco ponderis p ſubſtituatur potentia, quæ agendo ſurſum deſcriberet arcum B b eodem tempore, quo pondus P nitendo deorſum

sum describeret arcum Cc = Ce similem priori, Bb.

est enim per hypoth.

$$P : p = d : D$$

& ob arcus similes

$$d : D = s : S$$

Ergo $P : p = s : S$

& $PS = ps$.

Si ergo in vecte secundi generis sit potentiæ distantia in ratione reciproca distantiæ ponderis; habebitur æquilibrium, & vicissim.

66. *Theor.* Si ex punctis a & b demittantur in vectem AB perpendiculares $aK = A$, & $bH = a$, quæ denotent utrimque altitudines, queis infra vectem descensurum esset pondus, supra vectem potentia, & sit $P : p = a : A$; erit rursus æquilibrium. Fig. 6.

Dem. Ob angulos ad C verticales æquales, & angulos ad K & H rectos erit $\triangle KCa \backsim \triangle CHb$. (*Geom.* 48)

$$Cb : Ca = bH : aK$$

sive $d : D = a : A$.

est

eſt autem per hypoth.

$$P : p = a : A$$

Ergo $P : p = d : D$

Ergo æquilibrium. (59.)

67. *Cor.* Cum ob æquilibrium, niſus vectem circa punctum C convertendi utrimque ſint æquales; eadem vi opus eſt, ut potentia minor aſcendat per intervallum majus, & pondus deſcendat per intervallum eo minus, quanto majus eſt ipſum pondus, quando utraque immediate ſunt vecti applicata. Sic eadem vis requiritur, ut tempore unius minuti ſecundi attollantur 200 libræ ad altitudinem unius pedis, & 100 libræ ad altitudinem 2 pedum.

68. *Theor.* Viciſſim, ſi fuerit æquilibrium; erunt pondus & potentia in ratione harum perpendicularium reciproca.

Dem. Ob æquilibrium

$$P : p = d : D$$

eſt autem ob triangula ſimilia

$$d : D = a : A$$

Ergo $P : p = a : A$.

69. *Probl.* Datis pondere P, potentia p & longitudine vectis AB = a invenire punctum fulcri C; ut P & p sint in æquilibrio.

Sol. Esto AC = x, erit (ob AB = a) CB = a − x. Fig. 2.

est autem per hypoth.

$$P \times AC = p \times CB$$

Ergo $Px = p \times \overline{a - x} = ap - px$

$$\& \; Px + px = ap$$

adeoque $AC = x = \frac{ap}{P + p}$

$$\& \; CB = a - x = a - \frac{ap}{P + p}$$

$$= \frac{aP + ap - ap}{P + p} = \frac{aP}{P + p}$$

Si ergo factum ex potentia in vectem dividatur per summam ponderum; habebitur distantia ponderis. Si per eandem summam dividatur factum ex pondere in vectem; habebitur distantia potentiæ à fulcro.

70.

70. *Probl.* Datis, pondere P, potentia p, quæ directione opposita agere concipitur, & distantia ponderis & potentiæ ab invicem, sive CB = c, invenire quantitatem rectæ CA, sive punctum A, ut in vecte secundi generis habeatur æquilibrium.

Fig. 3.

Sol. Esto AC = x, erit (ob CB = c)

$$AB = c + x$$

$$P \times AC = p \times AB$$

$$Px = p.\overline{c + x} = pc + px$$

$$Px - px = pc$$

$$AC = x = \frac{pc}{P - p}$$

$$AB = c + x = c + \frac{pc}{P - p} = \frac{Pc}{P - p}$$

Si ergo factum, ex potentia in distantiam potentiæ & ponderis ab invicem, dividatur per differentiam ponderum; habebitur distantia ponderis à fulcro A. Si factum ex pondere in distantiam ponderis & potentiæ ab invicem dividatur per differentiam ponderum; habebitur distantia potentiæ.

71.

71. *Observatio.* In vecte primi generis punctum C deorsum agitur vi = P + p. Fiat jam P + p = Q. Sive Q æquivaleat summæ ponderum; eadem utique exsereretur vis ad vectem deorsum agendum, siquidem de puncto A tollatur P; item p, de puncto B, & Q suspenderetur in C. Punctum hoc, dicitur *centrum gravitatis* utriusque ponderis. Fig. 7.

72. *Cor.* Duo pondera gaudent unico centro gravitatis. Si ergo vectis AB sustentaretur in alio quocunque puncto E, non datur æquilibrium & punctum C descendet.

73. *Probl.* Sit AB vectis primi generis fixus in hoc puncto E; quæritur vis, qua P & p urgeant vectem deorsum. Fig. 7.

Sol. Est momentum ponderis P. AE; momentum potentiæ p. EB. sunt autem pondus & potentia *ad partes oppositas* respectu fulcri. Si ergo momentum P. AE capiatur cum signo positivo; momentum p. EB debebit capi cum negativo. Vis ergo hæc est = P. AE — p. EB.

74.

74. *Cor.* Siquidem P & p posita in centro gravitatis traherent sursum vectem AB directione perpendiculari CR; foret hoc momentum $= \overline{P + p} \times CE$ $= P.\ EC + p.\ CE.$

$$CE = AE - AC = CB - EB.$$

Ergo $\overline{P + p} \times CE = P.\ AE - P.\ AC + p.\ CB - p.\ EB.$

jam vero $P.\ AC = p.\ CB$

& $p.\ CB - P.\ AC = 0$

Ergo $\overline{P + p} \times CE = P.\ AE - p.\ EB.$

id est: eadem vi vertetur vectis circa punctum E, seu pondera sint applicata in A & B, sive etiam collecta in centro gravitatis C.

75. *Cor.* $CE = \dfrac{P.\ AE - p.\ EB}{P + p}$

76. *Probl.* Datis, ponderibus P & p,

eo-

eorumque positione in vecte AB invenire centrum gravitatis commune C.

Sol. Capiatur in Vecte AB punctum arbitrarium E, fiatque CE $=$

$$\frac{P.\,AE - p.\,EB;}{P + p}$$

erit C centrum gravitatis situm inter punctum E & aliud A, cui applicatum est momentum majus.

77. *Cor.* CA $=$ EA $-$ CE quæ est distantia ponderis, quod gaudet momento majore.

CB $=$ CE $+$ EB, quæ est distantia potentiæ.

78. *Probl.* Sit vectis secundi generis AB, fulcrum in A; quæritur vis, qua P & p urgeant vectem deorsum. Fig. 8.

Sol. Est momentum ponderis P. AC; momentum potentiæ p. AB. Sunt autem

tem P & p *ab eadem parte* respectu fulcri. Vis adeo hoc est $= P. AC + p. AB$.

79. *Cor.* Siquidem concipiatur P & p collecta in centro gravitatis F trahere sursum directioue FR; erit momentum

$$= \overline{P + p} \times AF.$$

$$AF = AC + CF = AB - BF.$$

$$\overline{P + p} \times AF = P. AC + P. CF + p. AB - p. BF$$

$$P. CF = p. BF$$

$$\overline{P + p} \times AF = P. AC + p. AB.$$

id est: eadem vi vertetur vectis circa punctum A, seu pondera sint applicata in C & B, sive etiam collecta in centro communi gravitatis F.

80. *Cor.* $AF = \frac{P. AC + p. AB}{P + p}$

sive summa momentorum divisa per summam ponderum dabit distantiam centri gravitatis ab hypomochlio A.

81. *Probl.* Datis ponderibus P, p eorumque positione in C & B, fulcro item in A, invenire centrum gravitatis. Fig. 8.

$$Sol.\quad \frac{P.\ AC + p.\ AB}{P + p} = AF.$$

id est: intervallo A abscindatur AF æquale summæ momentorum divisæ per summam ponderum: habebitur centrum gravitatis commune duorum ponderum.

82. *Cor.* Patet ex his, quonam pacto duo pondera ad unicum reduci possunt Nec difficile erit plura ad unicum reducere, ut sequenti problemate palam fiet.

83. *Probl.* Esto vectis AH gravatus ponderibus P, Q, R, S: petitur centrum gravitatis omnibus his commune. Fig. 9.

Sol. Colligantur pondera P & Q in unicum, sive fiat $AC = \frac{P.\ AB + Q.\ AD}{P + Q}$, pondera P & Q erunt reducta ad unicum, quod dependet ex centro gra-

gravitatis C. Esto jam $AE = \frac{AC \times \overline{P + Q} + R.\,AF}{P + Q + R.}$: erunt tria pondera P, Q, R, collecta in E.

fiat demum $AG = \frac{AE \times \overline{P + Q + R} + AH.\,S}{P + Q + R + S}$

erunt omnia collecta in centro gravitatis G.

84. *Theor.* Datur in quovis corpore centrum unicum gravitatis.

Fig. 10.

Dem. Per corpus AKHL concipietur ducta recta sive axis AH. Secetur idem corpus planis KL, kl, quæ sint perpendicularia axi, adeoque invicem parallela; erit pars corporis sive KL, lk, his planis intercepta.

Concipiantur modo plana KL & kl infinite propinqua; axeos pars Mm differet à puncto penes quantitatem data quavis minorem (*Geom.* 5.) & portio solidi potest considerari quasi dependeat instar ponderculi ex eodem puncto. Totum ergo solidum spectari potest instar axeos, ex cujus punctis ſingulis dependeant ponduscula, quorum ſumma æquetur ipſi ſolido.

Jam vero pondera hæc omnia ſimul ſumpta ad unicum redigi poſſunt, (75.) quod dependeat è puncto, quod dicitur centrum gravitatis & unicum illud punctum eſt in data recta; datur ergo, ſive potius concipi poteſt in quovis corpore unicum centrum gravitatis.

85. *Cor.* Si fulcitur centrum gravitatis; corpus non ruet. Si ergo corpus inſiſtat plano immobili; & linea directionis ſive perpendicularis è centro gravitatis ducta ad baſin cadat intra baſin: conſiſtet corpus, ſecus agetur deorſum.

86. *Schol.* Methodus determinandi centrum gravitatis occurrit in Matheſi ſublimiori.

87. *Probl.* Eſto vectis BAD gravis, hypomochlium, cui immotus incumbit A. Sit ejus pondus = G, centrum gravitatis vectis ſit punctum V, data eſt potentia p: quæritur pondus P, quod ſit cum potentia in æquilibrio? Fig. 11.

Sol.

Sol. Cogitetur pondus vectis pendere ex V; habebitur vectis mathematicus onustus ponderibus in D, V, B. reducantur jam pondera G & p ad unicum in M, erit

$$AM = \frac{AV.\,G + AB.\,p.}{G + p}$$

est autem per hypoth. P. AD = AV. G

$$+ p.\, AB = AM \times \overline{G + p}.$$

$$\text{Ergo } P = \frac{AV.\,G + AB.\,p}{AD.}$$

88. *Coroll.* Si datis reliquis quæreretur p; reducantur pondera G & P ad unicum. Est (ob situm respectu fulcri A

$$\text{oppositum) } AN = \frac{AD.\,P - AV.\,G}{P + G}$$

$$\&\ AN.\,\overline{P + G} = AD.\,P - AV.\,G$$

est autem per hyp. p. AB = AN ×

$$\overline{P + G}$$

$$\text{sive } p.\,AB = AD.\,P - AV.\,G$$

$$\text{hinc } p = \frac{AD.\,P - AV.\,G}{AB.}$$

89.

89. *Coroll.* Si datis reliquis quæreretur hypomochlium A; erit $AD.P = AM.\overline{p+G} = AV.G + AB.p$.

$$AD = BD - AB$$

$$AV = AC - BV$$

$$AD.P = BD.P - AB.P$$

$$AV.G = AB.G - BV.G$$

Ergo ſubſtituendo $BD.P - AB.P =$
$AB\ G - BV.G + AB.p$

$$BD.P + BV.G = AB.P + AB.G + AB.p$$

$$AB = \frac{BD.P + BV.G}{P + G + p}$$

$$AD = BD - AB = BD - \frac{\overline{BD.P + BV.G}}{P + G + p}$$

$$AD = \frac{BD.\overline{P+G+p} - \overline{BD.P + BV.G}}{P + G + p}$$

$$BD.\,p + BD.\,G - BV.\,G = BD.\,p +$$
$$\overline{BD - BV.\,G}$$

$$BD - BV = VD$$

$$\text{Ergo } AD = \frac{BD.\,p + VD.\,G}{P + G + p}$$

90. *Schol.* Esto $P = 150$, $BD = 6$, $AD = 1$, hinc $AB = 5$; foret *abstrahendo à gravitate* vectis

$$p = \frac{AD.\,P}{AB} = \frac{150}{5} = 30$$

ponatur vectis ponderare 2 libras sive $G = 2$, & centrum gravitatis vectis in ejusdem medio sive $VD = 3$, adeoque $AV = 2$;

$$\text{erit } p = \frac{AD.\,P - AV.\,G}{AB} = \frac{150 - 4}{5} =$$

$$\frac{146}{5} = 29\,\frac{1}{5}$$

similiter *præscindendo à gravitate vectis* & ponendo $p = 30$;

$$\text{esset } AD = \frac{BD.\,p}{P + p} = \frac{30.\,6}{180} = 1$$

&

& poſito ut ſupra $G = 2$; eſt cæteris iisdem manentibus

$$AD = \frac{BD.\,p + VD.\,G}{P + G + p} = \frac{6.\,30 + 6}{182}$$

$$= \frac{186}{182} = 1\,\frac{2}{91}.$$

2. Axis in Peritrochio.

91. *Def.* Circulus deſcriptus radio C b exhibeat ſectionem cylindri recti verticalem, axeosque utrimque prominentis extrema incumbant fulcris: circulus idem vertatur circa punctum C. Sit alius circulus concentricus deſcriptus radio CA. Ex circuli minoris puncto extremo b pendeat è fune pondus P; potentia p ſit applicata in puncto A: habebitur *axis in Peritrochio.* Fig. 12.

92. *Schol.* Circulus major *rota* vocatur, & rectæ CA CB, ſeu pali concurrentes ad C dicuntur *ſcytalæ* ſeu *radii* rotæ. Ut porro circumagatur rota & cylinder; homines aut equi peripheriæ ipſius rotæ, & quidem in directione tangentis, qui caſus communior, applicari poſſunt; cylinder vero cum ro-

ta vel est *parallela* horizonti, vel ad eundem *perpendicularis*.

93. *Theor.* Si sit potentia ad pondus; uti radius cylindri ad radium rotæ; dico fore æquilibrium.

Dem. Si negas; descendat potentia p ex A versus a, describatque arcum Aa; ascendet *eodem tempore* punctum b, describetque arcum bG. Angulus aCB est idem cum angulo ACD per hypothesin, cum radii rotæ & cylindri eundem semper angulum comprehendant. Subtracto adeo communi angulo ACD, erit angulus aCA = BCD = GCb; hinc arcus Aa sive s similis arcui Gb sive S. Arcus similes sunt uti radii: Vocando ergo radium cylindri R, radium rotæ r, erit S : s = R : r.

est autem per hypothesin p : P = R : r,

ergo p : P = S : s

& ps = PS; adeoque æquilibrium. (63.)

94. *Cor.* Viciſſim, ſi in axe in peritrochio ſit æquilibrium, & pondus & potentia ſint in directione tangentium; erit potentia ad pondus, uti radius cylindri ad radium rotæ.

95. *Schol.* Patet hinc quoque theoria vectis inflexi, cujus brachia ſcilicet angulum comprehendunt; ſiquidem enim pondus & potentia fuerint in directione tangentium, obtineatque eadem ratio; habebitur æquilibrium & vice verſa.

3. Trochlea.

96. *Def.* Sit orbi ligneo aut metallino circumplicatum filum; habebitur *trochlea.* Fig. 13.

Si trochlea ex unco vel quovis retinaculo immobili D ſuſpenditur; erit *fixa.* Si verò trochlea dependens ex E una cum pondere P ex centro C ſuſpenſo, attollatur; *mobilis* dicitur.

97. *Schol.* Si ex trochleæ fixæ punctis M & N cogitentur ſuſpenſa pondera in directione funium invicem parallelorum;

lorum; erit $CR = CN$ & pondera æqualia. (60.)

Hinc trochlea fixa non auget potentiam, ſed tantummodo mutat directionem.

98. *Theor.* Sit trochlea mobilis alicubi firmata in F, ex centro trochleæ pendeat P: erit diſtantia Ponderis $= CB$; potentia porro p ſit applicata trochleæ fixæ, ejusque directio parallela funi EB; ſit autem potentia ſubdupla ponderis ſive $p : P = 1 : 2$, dico fore æquilibrium.

Dem. Si negas; aſcendat pondus intervallo $CG = S$, erunt eodem tempore à potentia deorſum tractæ partes funis $Aa + Bb = 2S = Mp = 2S : s$. Et vocando ſpatium potentiæ s; ert $s = 2S$. (*Geom.* 72.)

Erit ergo $S : s = 1 : 2$

Eſt autem $p : P = 1 : 2$ (*Hyp.*)

Igitur $p : P = S : s$

& $ps = PS$.

conſequenter æquilibrium.

99. *Schol.* Cum trochlea immobilis non adjuvet potentiam; perinde erit, an eadem applicetur puncto trochleæ fixæ fixæ M. sive etiam puncto trochleæ mobilis A: erit adeo AB distantia potentiæ, quæ est dupla distantiæ ponderis. Si ergo sit pondus duplum potentiæ; patet rursum, haberi æquilibrium, cum trochlea instar vectis secundi generis spectari possit.

4. Planum inclinatum.

100. *Def.* Si planum rectangulum ad horizontem inclinatum secetur perpendiculariter à triangulo rectangulo ACB; recta AB exhibebit *longitudinem* plani, AC *altitudinem*; CB *longitudinem baseos plani.* Quæritur jam ratio potentiæ ad pondus, 1) si directio potentiæ sit parallela longitudini AB, 2) si fuerit parallela lineæ horizontali CB. Fig. 14.

101. *Theor.* Si potentiæ directio sit parallela longitudini plani, & sit ea ad pondus, uti altitudo plani AC ad ejusdem longitudinem AB; habebitur æquilibrium.

Dem.

Dem. Si negas; deſcendat potentia trochleæ fixæ applicata, quæ vim non mutat (89.) & deſcribat intervallum pR = BD = s: aſcendet eodem tempore directione oppoſita pondus P ad altitudinem DE = S

$$\triangle DEB \backsim \triangle ACB \text{ (\textit{Geom.} 148)}$$

Ergo DE : BD = S : s = AC : AB.

jam vero per hypotheſin p : P = AC : AB

Ergo p : P = S : s
& ps = PS

conſequenter æquilibrium.

102. *Corol.* Cum ſit in triangulo rectangulo ACB

AC : AB = ſinus B : R;

erit potentia ad pondus, uti ſinus anguli, quo planum ad horizontem inclinatur, ad ſinum totum.

103. *Cor.* Viciſſim, ſi ſit æquilibrium; erit potentia ad pondus, uti altitudo ad longitudinem plani.

104. *Theor.* Si directio sit parallela lineæ horizontali CB; sitque potentia ad pondus, uti altitudo ad basin; habebitur æquilibrium. Fig. 15.

Dem. Si negas; descendat potentia, & describat intervallum pQ = s: ascendet eodem tempore directione opposita pondus describetque spatium DE = S. Est autem ob △ DEB, ACB similia S : s = AC : CB

& per hypoth. p : P = AC : CB

ergo p : P = S : s

adeoque PS = ps

consequenter æquilibrium.

105. *Cor.* Vicissim, si habeatur æquilibrium; erunt pondus & potentia in ratione data.

5. Cuneus.

106. *Def.* Prisma triangulare, cujus latus triangulum rectangulum ACB exhibet, dicitur *cuneus simplex*; AC est lon- Fig. 16.

Fig. 17. longitudo, CB altitudo cunei. Cuneus *duplex* ACD constat duobus simplicibus, quorum altitudo communis est CD.

107. *Schol.* Abstrahitur hic à resistentia, quam partes cuneo separandæ exserunt, ob cohæsionem inter se.

Fig. 16. 108. *Theor.* Si vis premens potentiæ p sit applicata dorso cunei BC; & sit æqualis resistentiæ partium separandarum P; erit p : P = BC : AC = altitudo cunei, ad longitudinem.

Dem. Spectetur resistentia partium separandarum uti pondus P. premens in cuneum: vis p aget directione horizonti parallela; erit adeo

$$p : P = BC : AC.$$

109. *Theor.* Si vis premens applicata sit cuneo duplici CDA; erit p : P = latitudo cunei ad duplam altitudinem.

Dem. Spectentur enim loco cunei duplicis duo simplices, quorum cuilibet applicata est hinc dimidia potentia, illinc pondus dimidium : erit

$\frac{1}{2}$ p

$$\tfrac{1}{2}p : \tfrac{1}{2}P = CB : BA = p : P$$

$$p = \frac{P.\,CB}{BA}.$$

$$\tfrac{1}{2}p : \tfrac{1}{2}P = p : P = BD : BA$$

$$p = \frac{P.\,BD}{BA}$$

$$\text{Ergo } p + p = 2p = \frac{P.\,CB + P.\,BD}{BA}$$

$$= \frac{P\ CD}{BA}$$

$$2p.\ BA = P.\ CD$$

$$p : P = CD : 2AB$$

$$\text{vel } p : P = \tfrac{1}{2}CD : AB.$$

6. Cochlea.

110. *Def.* Siquidem cylindro recto circumplicetur triangulum rectangulum ACB; habebitur *cochlea*: basis erit peripheria cochleæ, hypotenusa AB helix, & recta BC *distantia* duarum helicum. Fig. 18.

111. *Cor.* Si ergo potentiæ directio sit parallela basi & adæquet resistentiam; erit potentia ad resistentiam, uti distan-

tia

tia duarum helicum ad peripheriam cochleæ.

VI. MACHINÆ COMPOSITÆ.

112. *Def* Si plures machinæ simplices ad eumdem effectum præstandum adhibentur; tota earum compages dicitur *machina composita*.

1. Vectis compositus.

Fig. 19. 113. *Probl.* Esto vectis AL compositus ex tribus simplicibus LG, DH, CA, sit potentia applicata in L, pondus P in A : quæritur p : P?

Sol. LG vectis simplicis effectus dicatur E, qui agat in vectem HD, cujus effectus e, qui agat in vectem CA : erit per theoriam vectis (63.)

$$p : E = GF : FL$$

$$E : e = DM : MH$$

$$e : P = AB : BC$$

Ergo componendo rationes (*Alg.* 204. 187.)

$$p\,Ee : Ee\,P = p : P = AB.\,DM.\,GF : BC.\,MH.\,FL.$$

113.

114. *Coroll.* Si foret AB = DM = GF; item BC = HM = FL aut etiam AB : BC = DM : MH = GF : FL; erit p : P = $AB^3 : BC^3$. & generatim si sit vectium numerus = m; erit p : P = $AB^m : BC^m$ in hypothesi data.

115. *Probl.* Esto corpus oblongum AL, cujus centrum gravitatis in D, incumbens plano horizontali, cujus latus AB; erit centri gravitatis ab hypomochlio distantia AD: sit porro potentia p applicata vecti GN, quæritur ratio potentiæ ad pondus. Fig. 20.

Sol. Vectis GN effectus dicatur E; erit

p : E = NF : FG

E : P = AD : AB

Ergo p : P = NF. AD : FG. AB.

116. *Coroll.* Si centrum gravitatis sit in medio; erit AB = 2AD, adeoque p : P = NF. AD : 2FG. AD = NF : 2FG.

2. Machinæ rotatæ.

117. Machina rotata conſtat rotis inter ſe connexis; quarum peripheriæ dividuntur, in *dentes* æquales inter ſe. Rotæ ſingulæ in axe vel cylindro firmantur, qui circa axiculos, minores, baſibus utrimque infixos, volvitur. Ipſa cylindri ſuperficies dentata pariter eſt, & *tympanum* vocari ſolet; vel inſtruitur *curriculo*, hoc eſt: tigillis inter ſe parallelis, & circa axem intra binos diſcos circullares ad æqualem undique diſtantiam fixis.

Potentia motrix plerumque applicatur *manubrio*, à quo tympanum dentatum circumagitur: à tympano dentato circumagitur rota prima & ita porro; Pondus applicatur cylindro aut tympano dentibus carenti.

118. *Theor.* Potentia p manubrio applicata, eſt ad pondus P, dependens è tympano dentibus carenti; uti factum ex radiis tympanorum & cylindri, ad factum ex radiis manubrii & rotarum.

Dem. Eſto manubrii in tympanum primum effectus = E; rotæ primæ

in

in tympanum ſecundum effectus $= e$; erit (ſi duæ rotæ, duo item tympana aſſumantur) rotæ ſecundæ in cylindrum effectus $= p$.

Sint radii tympanorum & cylindri A, B, C; radii manubrii & rotarum a, b, c;

$$\text{erit } p : E = A : a \quad (86.)$$

$$E : e = B : b$$

$$e : P = C : c$$

$$\text{Ergo } pEe : EeP = p : P = ABC : abc.$$

119. E. G. Eſto $p = 50$ libris. $A = 2''$, $B = 3''$, $C = 3''$. $a = 10''$, $b = 12''$, $c = 15$:

$$\text{erit } P = \frac{p.\,abc}{ABC} = \frac{50.\ 10.\ 12.\ 15}{2.\ 3.\ 3}$$

$$= 50.\ 4.\ 5.\ 5 = 5000.$$

120. *Probl.* Datis, numero dentium tympani manubrio agitati, numero pariter dentium rotæ *a*; invenire numerum revolutionum manubrii & rotæ.

Sol.

Sol. Dum manubrium circumagitur ſemel; tympanum itidem circumagitur ſemel, & eo minor pars rotæ circumagitur, quo majori hæc conſtat dentium numero. Eſt adeo numerus revolutionum manubrii, ad numerum revolutionum rotæ; uti numerus dentium rotæ, ad numerum dentium tympani, quod manubrio inſertum eſt.

121. *Coroll.* Cum rota *a* circumagitur ſemel; & rurſum eo minor pars rotæ *b* circumagitur, quo majori hæc conſtat dentium numero. Erit adeo generatim numerus revolutionum rotæ *a* ad numerum revolutionum rotæ *b*; uti numerus dentium rotæ *b* ſequentis ad numerum dentium tympani, quod manubrio inſertum eſt.

122. *Cor.* Ergo, ſi ſit revolutionum rotæ ſequentis numerus = 1, dentium tympani rotæ *a* numerus = D, dentium rotæ ſequentis numerus = d, numerus revolutionum manubrii = n; erit

$$n : 1 = d : D$$

$$\& \; n = \frac{d}{D}.$$

123.

123. *Coroll.* Cum ob dentium æqualitatem sint numeri dentium uti peripheriæ, & hæ, uti radii; erit numerus revolutionum rotæ *a* ad numerum revolutionum rotæ *b*; uti radius rotæ *b* ad radium tympani rotæ *a*.

124. *Coroll.* Est numerus revolutionum manubrii ad numerum revolutionum cylindri infixi rotæ ultimæ; uti productum ex numero dentium rotarum (vel uti productum ex radiis rotarum) ad productum ex numero dentium tympanorum (vel etiam ad productum ex radiis tympanorum). Sint enim numeri dentium vel etiam peripheriæ, aut radii manubrii & rotarum a, b, c; numerus dentium tympanorum A, B, C; numeri revolutionum rotarum, manubrii rotæ & cylindri N, v, n: erit

$$N : v = a : A$$

$$\underline{v : n = b : B}$$

$$Nv : vn = N : n = ab : AB.$$

125. *Coroll.* N. AB = n. ab
& posito cylindrum circumagi semel

D five

five $n = 1$; erit $N = \frac{ab}{AB} = \frac{a \times b}{A \; B}$

id est: numerus revolutionum manubrii exprimitur per fractionem, cujus *numerator* est factum ex radiis rotarum, *denominator* factum ex radiis tympanorum.

126. *Schol* Cum machina movetur; motus machinæ conciliari duplici ratione potest, siquidem vis motrix applicetur vel manubrio, aut etiam cylindro sive tympano. Hinc generatim, dum prima pars aliarum motrix unam peragit revolutionem; motus revolutionis partis, quæ postremo movetur, exhibetur per factum ex fractionibus, quarum numeratores sint numeri dentium partium movendarum, denominatores numeri dentium partium motarum.

127. *Exemplum.* Rota dentium 48, moveat tympanum 8 dentium; hujus axis connexam habeat rotam 40 dentium: moveat hæc tympanum 6 dentium, in cujus axe firmata sit rota 36 dentium, qui committendi sint, cum 6 dentibus novi tympani fixi, in axe cy-

cylindri circumagendi, vel rotæ ſerratæ, ut in horologiis, cujus dentibus inſeruntur pinnulæ axis libratorii: erit

$$N = \frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240.$$

128. *Probl.* Datis numero revolutionum partis ultimæ, *numero* item *omnium rotarum* & tympanorum, invenire numerum dentium rotarum & tympanorum. Sint E g. rotæ numero 4, numerus dentium earundem u, x, y, z; totidem item tympana & numerus dentium V, X, Y, Z & numerus revolutionum partis ultimæ N = 3600.

$$\textit{Sol.}\ 3600 = \frac{u}{V} \times \frac{x}{X} \times \frac{y}{Y} \times \frac{z}{Z}.$$

I. Reſolvendo numerum 3600 in factores ſimplices erit

$3600 = 2.1800 = 2.2.900 = 2.$

$2.2.450 = 2.2.2.2.225 = 2.$

$2.2.2.3.75 = 2.2.2.2.3.3.25$

$= 2.2.2.2.3.3.5.5.$

- II. Repertorum diviſorum quilibet bini ordine arbitrario capiantur 2, 2; item 2, 3; 2, 5; 3, 5. Fiant ex productis fractiones, quarum denominator ſit unitas: $\frac{4}{1}\ \frac{6}{1}\ \frac{10}{1}\ \frac{15}{1}$. Numerator & denominator ducantur in eundem numerum; exhibebit numerator dentes rotæ; denominator dentes tympani.

$$\frac{4}{1} \cdot \frac{7}{7} = \frac{28}{7};\ \frac{6}{1} \cdot \frac{8}{8} = \frac{48}{8};\ \frac{10}{1} \cdot \frac{6}{6} = \frac{60}{6};\ \frac{15}{1} \cdot \frac{5}{5} = \frac{75}{5}.$$

$$\text{Ergo } N = \frac{28}{7} \cdot \frac{48}{6} \cdot \frac{60}{8} \cdot \frac{75}{5} = \frac{75}{8} \times \frac{60}{7} \times \frac{48}{6} \times \frac{28}{5}.$$

129. *Cor.* Siquidem variandus foret numerus revolutionum E. g. ſi pars ultima loco 3600 deberet peragere revolu-

lutiones 4000; sufficiet variare unicam rotam cum tympano & haberetur formula:

$$4000 = \frac{75}{8} \times \frac{60}{7} \times \frac{x}{Y} \times \frac{28}{5}.$$

Unde adhibitis reductionibus erit

$$\frac{x}{Y} = \frac{80}{9}.$$

3. Cochlea & Vectis.

130. *Observatio* Si cochlea cava, idem est de solida, annexum pondus habet, omnia puncta helicum correspondentium premunt ad invicem haud secus, ac si tabula quaedam ponderibus onusta per planum inclinatum sursum trahenda foret. Unde pressio cujusvis puncti helicis in correspondentia puncta exhiberi potest per pondus Q, incumbens plano inclinato I K L, cujus altitudo, est distantia duarum helicum & basis peripheria cochleae; summa vero omnium pressionum erit pondus P. Fig. 21.

131. *Theor.* Potentia vecti applicata est ad pondus, uti distantia duarum heli-

li-

Fig. 21. licum ad peripheriam, quam vectis extremum R percurrit.

$$p : P = IL : \text{per. } DR.$$

Dem. Exhibeat DR vectem, quo cochlea circumagitur. Cum axis ejusdem maneat immotus; erit ejus fulcrum in D, brachia vero DN, DR. Potentia p debet esse in æquilibrio cum vi K, quæ exprimat actionem unius cochleæ in aliam. Ergo (65.) p : K = DN : DR = per. DN : per DR = (*Geom.* 177) LK : per. DR.

$$p : K = LK : \text{per. } DR.$$

Jam vero pressio cujusvis helicis cochleæ, cui pondus est adnexum, exhibetur per totidem pondera Q, quæ in æquilibrio retineri debent super plano inclinato IK à potentia q directione ad KL parallela agente. Erit adeo

$$q : Q = IL : LK \ (69.)$$

hinc summa omnium virium q, quæ adhiberi debent, ut omnia pondera Q sint in æquilibrio, erit ad summam omnium ponderum, uti IK : LK (*Algeb.*

N.

N. 203.) Eſt ſumma omnium virium = K ſumma omnium ponderum = P.

$$\text{Ergo } K : P = IL : LK$$

$$\text{Erat autem } p : K = LK : \text{per. } DR$$

$$\text{Ergo } Kp : KP = p : P = IL.\,LK : LK.\,\text{per. } DR = IL : \text{per. } DR.$$

(*Alg.* 187.)

4. Vectis & Cochlea infinita.

132. *Def.* Si loco tympani ad rotam movendam adhibetur cochlea cylindro circumvoluta; hæc dicitur *infinita* & toties circumagitur, quot dentes in rota numerantur. Sit autem potentia vecti perpendiculariter applicata, in cujus axe fixa ſit cochlea.

133. *Theor* Eſt potentia p ad pondus P, quod per funem cylindro rotæ circumvolutum attollitur; uti productum ex diſtantia duarum helicum D in radium cylindri rotæ R, ad factum ex periphe-ria π deſcripta à vecte in radium rotæ r.

Dem. $p : E = D : \pi$ (103.)

$$E : P = R : r \quad (85.)$$
$$pE : EP = p : P = DR : \pi r.$$

5. Polyspastus.

134. *Defin.* Complexum plurium trochlearum, quarum centra transeunt per lineam horizontalem, aut verticalem, aut denique habent situm inter se parallelum, dicitur *capsa*. Est adeo capsa vel mobilis vel immobilis, & utraque funibus parallele tensis inter se connexa.

135. *Theor.* Est potentia p ad pondus sustentandum P, uti unitas ad numerum funium n, capsæ mobili circumvolutorum.

Dem. Cum quilibet funes à parte opposita describant spatium n eodem tempore, quo pondus describit spatium $= 1$; erit momentum potentiæ np; & momentum ponderis $1 \times P = P$ & ob æqualitatem momentorum $np = P$.

Ergo $p : P = 1 : n$.

136. *Cor.* Cum numerus funium sit duplus numeri trochlearum mobilium; erit (vocando numerum trochlearum mobilium $= m$)

$$p : P = 1 : 2m.$$

VII.

VII. DIRECTIONES OBLIQUÆ.

1. VECTIS: AXIS IN PERITROCHIO.

137. *Probl.* Vectem AB, cujus fulcrum C, nitantur circa C convertere vires P & Q. Prioris directio ſit AP; alterius BQ, utraque porro *obliqua* vecti: quæritur ratio virium? Fig. 22.

Sol. Demittantur ex C, rectæ CD, CE directionibus datis perpendiculares. Cogitetur vis D trahens directione perpendiculari, quæ vectis inflexi DCE idem punctum C eodem niſu urgeat, quo P; ſimiliter vis E trahens directione CE, quæ punctum C eodem niſu urgeat, quo Q: erit D = P & E = Q. Ergo

$$D : E = P : Q$$

eſt autem $D : E = CE : CD$ (87)

Ergo $P : Q = CE : CD$

id eſt: ſi vires oblique applicentur; erunt in ratione reciproca perpendicularium demiſſarum ex fulcro in directiones. Simile ratiocinium obtinebit in vecte ſecundi generis.

138. *Cor.* Similiter patet, ſi vires P & Q urgeant vectis inflexi ACB punctum C directionibus obliquis AP,

BQ, vires rursum fore in ratione reciproca perpendicularium.

139. *Cor.* Siquidem AC sit radius
Fig. 22. cylindri, e quo dependeat in directione tangentis pondus R, potentia vero Q sit oblique applicata radio rotæ CE: erit Q : R = AC : CE

140. *Cor.* Cum cæteris paribus eo minori vi opus est, quo major est distantia; sit autem semper CB 7 CE: patet minima vi opus esse, si potentia vecti aut axi in peritrochio applicetur ad angulum rectum.

2. Compositio virium.

Fig. 23. 141. *Observatio.* Cogitetur vectis inflexus ACB alicubi clavo firmatus in C, ne scilicet sursum aut deorsum agatur: manifestum est viribus P & Q, non solum id effici, ut mutuo se impediant, quin vectis vertetur circa C, sed etiam *pressionem* in ipsum clavum exseri.

142. *Probl.* Determinare directionem rectæ, qua fulcrum premitur (vocatur hæc recta *directio media.*)

Sol. Productis directionibus AP, BQ notetur punctum concursus M, ducaturque MC; erit hæc directio media.

Dem.

Dem. Cum punctum A eodem modo urgeatur, sive P sit immediate applicatum, seu urgeatur directione PA, vel etiam opposita AM; poterit assumi quodvis directionis suae punctum: idem valet de potentia Q. Concipiantur adeo P & Q collecta in M communi puncto intersectionis; premetur fulcrum C directione MC, cum MC transeat per punctum C, quod *urgetur*, & per punctum M, ubi concipiuntur potentiae *collectae*. Cum vero effectus maneat idem in quocunque directionis puncto; erit etiam CM directio media, si vires sint in punctis A & B rectarum MP, MQ.

143. *Theor.* Siquidem ex puncto C ducatur CT parallela ad MQ; & CV parallela ad MP; habebitur parallelogrammum CTMV, cujus latera erunt in ratione virium, sive Fig. 23.

$$P : Q = GE : CD = CV : CT = MT : MV$$

Dem. Ang. CTD = TMB (*Geom* 70) anguli ad D & E sunt recti; ergo $\triangle$CEV $\backsim$ $\triangle$ CDT. (*Geom.* 148.)

CE : CD = CV:CT = MT:MV = P:Q

144. *Cor.* Si ergo in rectis MP, MQ à puncto concursus M assumantur duae

rectae,

rectæ, quæ sint in ratione virium, compleaturque parallelogrammum; diagonalis MC parallelogrammi MTVC erit directio media.

145. *Def.* Vis media dicitur talis, quæ in puncto M collecta eodem modo, premerat fulcrum, quo vires seorsim in A & B positæ. Vis hæc dicitur *composita*, & vires P : Q sive CE : CD = MT : MV dicuntur *componentes*.

146. *Cor.* Si in recta CM producta capiatur cM = CM & exhibeat vim, quæ trahendo versus Mc impediret, ne vires MT, MV traherent versus MC; foret vis tertia Mc opposita & æqualis vi mediæ CM.

Fig. 24. 147. *Probl.* Datis *magnitudine* & *directionibus* virium componentium MT, MV, invenire *quantitatem* vis compositæ sive MC.

Sol. Sit vis media S & exhibeatur per rectam MC ita, ut sit S : P = MC : MT, & S : Q = MC : MV. cum Mc, MT, MV sint in æquilibrio; possunt Mc, MT spectari veluti vires componentes, ex quibus oriretur vis composita Mv æqualis & opposita vi MV. Si ergo MV producatur; erit vM diagonalis parallelogrammi Mc vT sub viribus componentibus Mc, MT. Erit adeo vc = MT = CV. est autem

tem ang. vMc = VMC verticali & ob re-ctas cv, CV parallelas ang. Mc v = alterno MC V ; consequenter tertius M vc = MVC. hinc △ Mvc ≌ △ MVC (*Geom* 42) & Mv = VM, Mc = CM. hinc MC diagonalis parallelogrammi TC VM exhibet non solum directionem, sed etiam quantitatem vis compositæ.

148. *Cor.* Siquidem MC exhibeat vim quandam simplicem, & super hac recta ceu diagonali describatur parallelogrammum CVMT; potest hæc spectari veluti composita ex lateribus MV, MT, & vires laterales forent in earundem rectarum ratione: hinc vis quælibet in duas laterales modis innumeris resolvi potest.

149. *Probl.* Data virium MV, MT *quantitate*, data item *directione* sive angulo TMV = a, invenire vis compositæ MB directionem sive angulum y quem facit cum MV, angulum x quem facit cum potentia MT: invenire item quantitatem vis compositæ, seu longitudinem rectæ MC. Fig. 24.

Sol. Compleatur parallelogrammum TMVC. Est in triangulo MVC recta CV = MT angulus MVC = 2R − y − z est autem z = x & x + y = a Ergo MVC

$= 2R - a$ dantur adeo duo latera cum angulo intercepto. Hinc (*Trigon.* 309) reperiuntur anguli & latus tertium.

150. *Exemplum.* Æquivaleat MT libris 9 MV libris 11. Sit angulus TMV $= 55^\circ, 49'$ erit semisumma angulorum; sive $\frac{x + z}{2} = \frac{x + y}{2} = \frac{1}{2}a = 27^\circ, 54$

Et $MV + VC : MV - VC = 20 : 2 = 10 : 1 =$ tang. $27^\circ, 54$: tang. semidiff. Ergo tangens semidifferentiæ $=$
$\frac{\text{Tang } 27^\circ, 54}{10} = 529472 =$ tang. $3^\circ, 2$.
Hinc angulus $y = 24^\circ, 52'$ & $x = 30^\circ, 56$
& $MC = \frac{CV.\sin. CVM}{\sin. CMV} = 17,7$ librarum.

3. TROCHLEA.

Fig. 24. 151. *Probl.* Sit funis RH extremum tangat rotam in H: Pondus P dependeat è centro trochleæ, & sustentetur à potentia p directione non parallela pF, quæ tangat circulum in K; quæritur ratio potentiæ ad pondus?

Sol. Spectetur trochlea instar vectis secundi generis, cujus hypomochlium in H: erit GH distantia ponderis; & ex H demittatur perpendicularis HF ad directionem potentiæ; erit per alias demonstrata (129)

$$p : P = GH : HF.$$

ducatur radius CK; erit hic perpendicularis tangenti, (*Geom.* 118) adeoque CK, FH parallelæ, & angulus CKH = KHF, & ob angulos ad G & F rectos $\triangle$ LGC $\sim$ $\triangle$ KHF. Ergo

KG five GH : HF = CK : KH

erat autem p : P = GH : HF

Ergo p : P = CK : KH.

id eſt: eſt potentia ad pondus, uti radius trochleæ ad chordam arcus, cui funis applicatur.

152. *Coroll.* Si funium directiones ſint parallelæ; chorda congruet cum diametro, quæ eſt chorda maxima Cæteris adeo paribus ſub directione parallela minima vi opus eſt.

4. Planum inclinatum.

153. *Probl.* Super plano inclinato, cujus ſectio BDG, trahat p corpus Z directione CV, quæ ſecet longitudinem plani in A; quæritur ratio ponderis Z ad potentiam p. Fig. 25.

Sol. Vis, cujus directio CI eſt perpendicularis ad longitudinem plani CD, æquivaleat viribus lateralibus ſub directione potentiæ CV & ponderis CL perpendiculari ad horizontem. Ex puncto L ducatur parallela ad AC occurrens CI

pro-

productæ in E; erit vis media = CE; & Z = CL; p = LE

Ergo Z : p = CL : LE

CL : LE = sin. CEL : sin. ECL (*Trig.* 290) CEL = ACI

sin. CEL = sin. ACI = cos. CAD = cos. A

$\triangle$ ILC $\sim$ $\triangle$ HLD

ECL = D

sin. ECL = sin. D

Z : p = cos. A : sin. D.

Pondus ad potentiam, uti cosinus anguli, quem facit potentia cum longitudine plani ad sinum anguli elevationis plani.

154. *Esto* E. g. angulus quem facit directio potentiæ cum longitudine plani sive A = 15°, & angulus elevationis D = 30°; erit cos. A = cos. 15° = sin. 59.

Ergo Z : p = sin. 75° : sin. 30° = 77 : 50 *circiter*.

155. *Coroll.* Si sit CA parallela ad GD; erit angulus CAD = 0, & cos. CAD = R (*Us. Alg.* 80)

Z : p = R : sin. D.

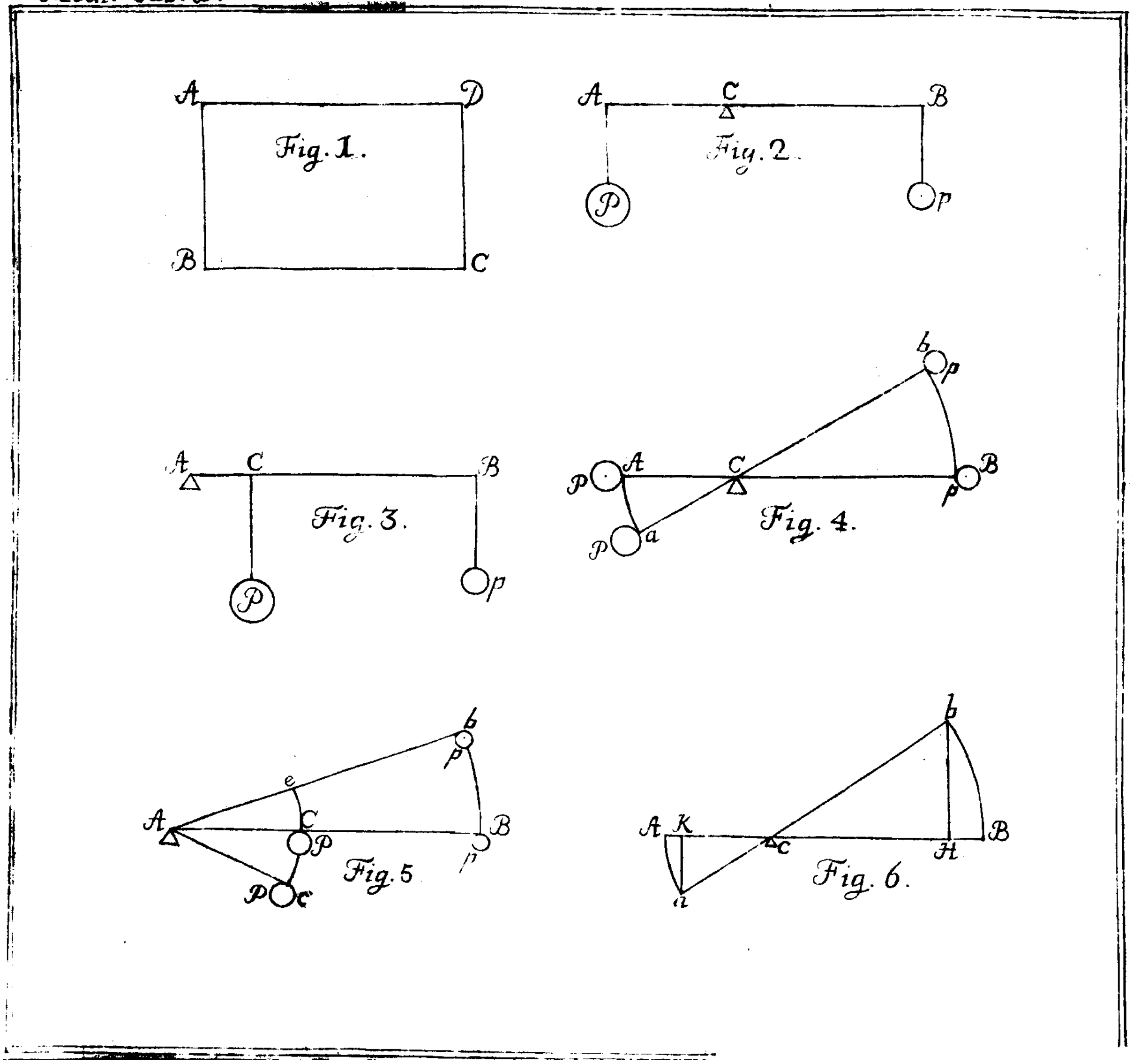
Cum vero sinus totus sit omnium maximus; cæteris paribus minima vi opus est, si potentia trahat directione parallela ad longitudinem plani.

F I N I S.

EMENDANDA.

Pag.	*lin.*	*loco*	*corr.*
9.	8	V : =	V:v =
15.	17	ſpatii moti.	ſpatii motu
27,	15	p urgeant	p, quæ urgeant
29.	3	item id	item in
29.	20	AC P. AD :	$AC = \frac{P.}{AD}$ &c.
33.	13	BD =	BD —
34.	13	$\frac{150-4}{5}$	$\frac{150-4}{5} =$
56.	16	quælibet	quilibet
60.	26	via compoſita,	vis compoſita.

Mech. Tab: 1.



A D B C
Fig. 1.
A C B P p
Fig. 2.
A C B P p
Fig. 3.
b p A C B P p a p
Fig. 4.
b p e A C P B p P c
Fig. 5
b A K c H B a
Fig. 6.

Mech. Tab: 2.

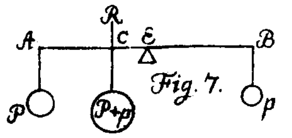


Fig. 7.

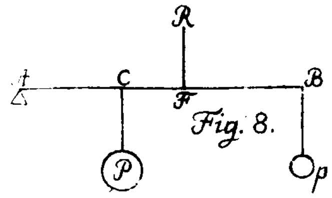


Fig. 8.

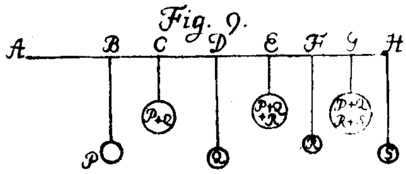


Fig. 9.

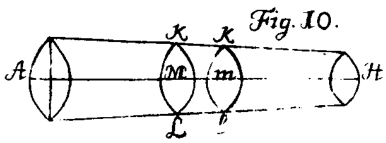


Fig. 10.

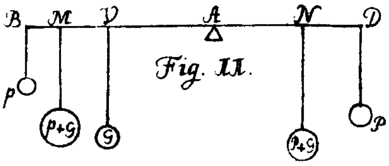


Fig. 11.

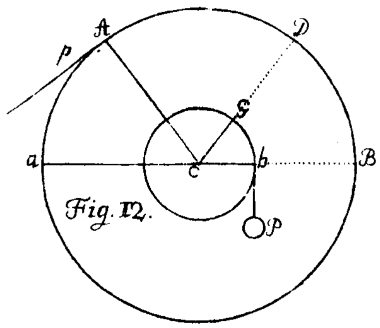


Fig. 12.

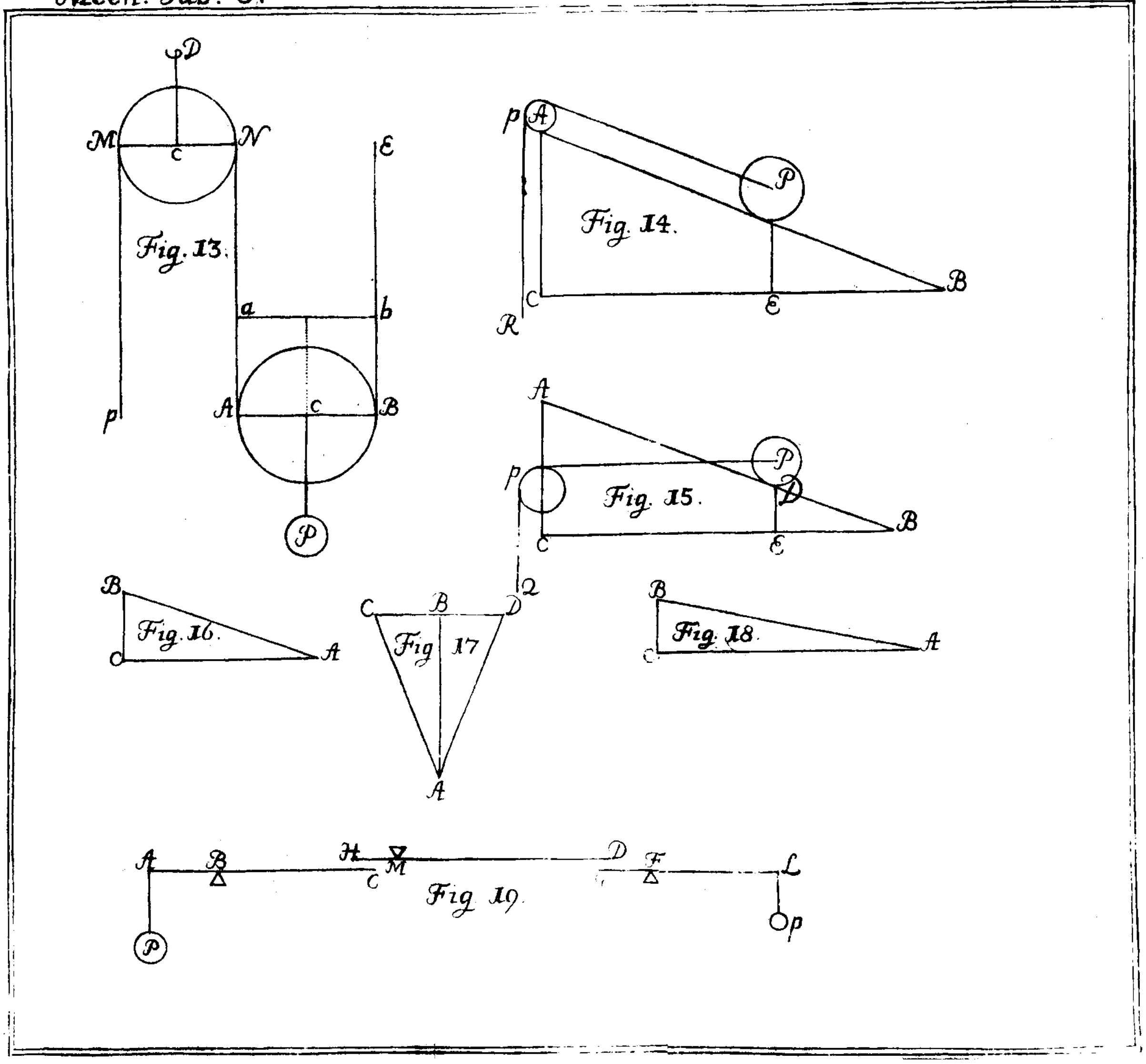


Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig 17
Fig. 18.
Fig 19.

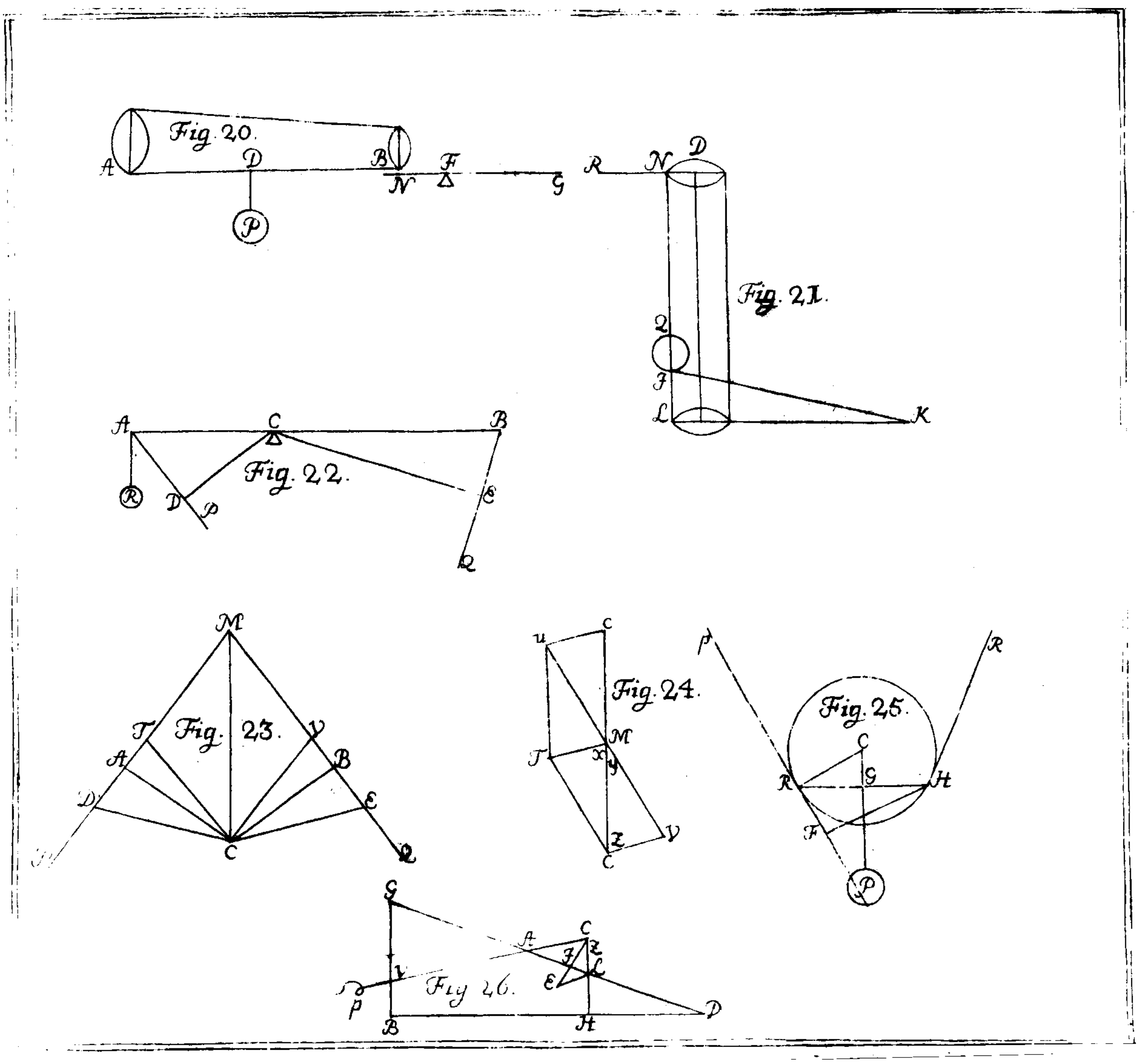


Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.