Großh. Athenäum zu Luxemburg.

ATHÉNÉE GRAND-DUCAL de Luxembourg.

Gymnasium Gymnase

Programm

herausgegeben am

Schlusse des Schuljahres 1900-1901.

PROGRAMME

PUBLIÉ A LA

Clôture de l'année scolaire 1900-1901.

LUXEMBOURG.
IMPRIMERIE JOSEPH BEFFORT.
1901.

Großherzogl. Athenäum zu Luxemburg.

Gymnasium.

Programm

herausgegeben am

Schlusse des Schuljahres 1900-1901.

ATHÉNÉE GRAND-DUCAL DE LUXEMBOURG.

GYMNASE.

PROGRAMME

PUBLIÉ A LA CLÔTURE

DE L'ANNÉE SCOLAIRE 1900-1901.

LUXEMBOURG.
IMPRIMERIE JOSEPH BEFFORT.
1901.

SUR LE CERCLE DES NEUF POINTS.

CHAPITRE Ier.

Propriétés du cercle des neuf points.

I.

Dans tout triangle, les pieds des hauteurs, les milieux des côtés et les milieux des distances de l'orthocentre aux sommets sont neuf points situés sur une même circonférence de cercle. C'est ce cercle qu'on nomme le cercle des neuf points ou le cercle de Feuerbach.[1]) Son centre est le milieu de la droite qui joint l'orthocentre au centre du cercle circonscrit, et son rayon vaut la moitié du rayon du cercle circonscrit.

A. — *Démonstration géométrique.*

1. Soient (fig. 1) P, P_1, P_2 les pieds des hauteurs du triangle AA_1A_2; H l'orthocentre, c'est-à-dire le point de concours des hauteurs; O le centre du cercle circonscrit; M, M_1, M_2 les milieux des côtés et D, D_1, D_2 les milieux des portions des hauteurs comprises entre les sommets et l'orthocentre.

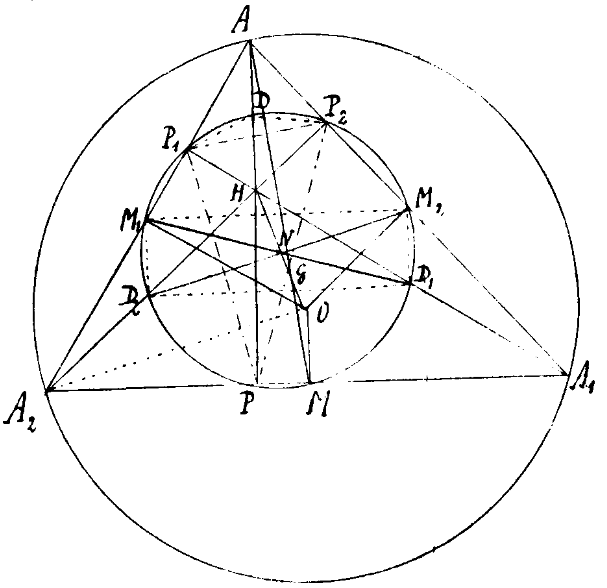


Fig. 1.

Pour démontrer la première partie de la proposition qui nous occupe, nous allons faire voir d'abord que les six points D_2, M_1, D, M_2, D_1 et M sont situés sur une même circonférence, et, ensuite, que cette circonférence passe aussi par les points P, P_1 et P_2.

La droite M_1D_2 joignant les milieux de A_2A et de A_2H, et la droite M_2D_1 unissant ceux de A_1A et de A_1H, sont parallèles à la même droite AH et en valent la moitié; elles sont donc parallèles et égales entre elles. De plus, étant perpendiculaires sur la base A_2A_1, elles le

[1]) Feuerbach (Charles-Guillaume), mathématicien allemand, né le 30 mai 1800, mort le 12 mars 1834. Il fut professeur de mathématiques au gymnase d'Erlangen et a publié: Propriétés de quelques points remarquables du triangle rectiligne Nuremberg 1822); Principes de la recherche analytique des pyramides triangulaires (Nuremberg 1827).

sont aussi sur sa parallèle D_2D_1 ; le quadrilatère $M_1M_2D_1D_2$ est donc un rectangle et, par suite, inscriptible dans un cercle. Ce cercle a évidemment pour centre le point d'intersection N des diagonales ou le milieu de M_1D_1, et pour rayon la moitié de cette diagonale.

On démontre de la même manière que le quadrilatère M_1DD_1M est aussi un rectangle et, par conséquent, inscriptible dans un cercle. Ce cercle a également pour centre le milieu N de la diagonale M_1D_1 et pour rayon la moitié de cette droite; il se confond donc avec le cercle circonscrit au premier rectangle, ce qui prouve que les six points D_2, M_1, D, M_2, D_1 et M se trouvent sur une même circonférence.

$M_1P_1D_1$ étant un triangle rectangle dont l'hypoténuse M_1D_1 est, comme nous venons de voir, un diamètre de la circonférence déterminée par les six points désignés ci-dessus, il s'ensuit que le sommet P_1 de son angle droit appartient à cette circonférence. Pour une raison semblable, P et P_2 sont des points du même cercle.

Le centre du cercle des neuf points doit évidemment se trouver sur la perpendiculaire élevée au milieu de la corde PM; or, cette perpendiculaire est parallèle aux bases PH et OM du trapèze HOMP et passe, par conséquent, par le milieu du côté HO. Le centre doit encore être situé sur la perpendiculaire élevée au milieu de la corde M_2P_2, et cette perpendiculaire passe également, pour la raison donnée tantôt, par le milieu du côté HO du trapèze HOM_2P_2. Le centre du cercle des neuf points n'est donc autre chose que le milieu de la droite HO qui joint l'orthocentre au centre du cercle circonscrit.

Considérons enfin le triangle A_2HO; la droite D_2N qui joint les milieux des côtés HA_2 et HO, est parallèle à A_2O et en vaut la moitié. Or, D_2N est le rayon du cercle des neuf points et A_2O celui du cercle circonscrit; le premier est donc la moitié du second [1])

B. — *Démonstration analytique.*

2. Prenons pour axe des x l'un des côtés A_2A_1 du triangle AA_1A_2 (fig. 1) et pour axe des y la hauteur correspondante AP. Désignons par m et n les distances A_2P et A_1P, et par h la

---

[1]) La proposition que nous venons de démontrer n'est qu'un cas particulier du théorème général dont voici l'énoncé :

Soient α, β, γ les milieux des côtés BC, AC, AB d'un triangle; P le point de rencontre des hauteurs AD, BE, CF ; O le centre du cercle circonscrit, dont le rayon est R. Sur les segments PA, PB, PC, Pα, Pβ, Pγ, on prend les points p, q, r, p', q', r', de telle sorte que

$$Pp = \frac{1}{n}PA,\ Pq = \frac{1}{n}PB,\ Pr = \frac{1}{n}PC,$$

$$Pp' = \frac{2}{n}P\alpha,\ Pq' = \frac{2}{n}P\beta,\ Pr' = \frac{2}{n}P\gamma;$$

et enfin on désigne par p'', q'', r'' les pieds des perpendiculaires abaissées des points p', q', r' sur les hauteurs AD, BE, CF respectivement.

Démontrer que p, q, r, p', q', r', p'', q'', r'' sont neuf points d'une même circonférence dont le rayon est égal à $\frac{1}{n}$R, et dont le centre est un point M situé sur la ligne PO de telle sorte que

$$PM = \frac{1}{n}.\ PO.$$

Nouvelles Annales, 2e série, tome 5.

hauteur AP. Nous allons d'abord chercher l'équation de la circonférence passant par P, M et M_2, et montrer que les coordonnées des points M_1 et D la vérifient.

L'équation générale du cercle est

$$x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + C = o. \quad (1)$$

Les paramètres A, B et C sont déterminées, dans le cas qui nous occupe, par les conditions que le cercle passe par les trois points P $(x = o,\ y = o)$, M $\left(x = \frac{n-m}{2},\ y = o\right)$ et M_2 $\left(x = \frac{n}{2},\ y = \frac{h}{2}\right)$; nous obtenons ainsi les trois équations linéaires

$$C = o, \quad (2)$$

$$\left(\frac{n-m}{2}\right)^2 + 2A\left(\frac{n-m}{2}\right) + C = o, \quad (3)$$

$$\frac{n^2}{4} + \frac{h^2}{4} + 2A.\frac{n}{2} + 2B.\frac{h}{2} + C = o. \quad (4)$$

On en tire sans peine

$$2A = -\left(\frac{n-m}{2}\right) \quad \text{et} \quad 2B = -\frac{h + \frac{mn}{h}}{2}. \quad (5)$$

En portant ces valeurs dans l'équation (1), on trouve pour l'équation du cercle passant par les trois points en question

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{n-m}{2}\right)x - \frac{h + \frac{mn}{h}}{2}\,y = o,$$

ou

$$2x^2 + 2y^2 - (n-m)\,x - \left(\frac{h^2 + mn}{h}\right)y = o. \quad (6)$$

Il est aisé de s'assurer que les coordonnées du point M_1 $\left(x = -\frac{m}{2},\ y = \frac{h}{2}\right)$ satisfont à cette équation. En effet, en y remplaçant x par $-\frac{m}{2}$ et y par $\frac{h}{2}$, on obtient

$$\frac{2m^2}{4} + \frac{2h^2}{4} + (n-m)\,\frac{m}{2} - \left(h + \frac{mn}{h}\right)\frac{h}{2} = o,$$

et, en réduisant, $\qquad o = o.$

Cherchons ensuite les coordonnées du point D, et faisons voir qu'elles vérifient également la relation (6). A cet effet, observons que le point D est le milieu de la droite HA, et que, par suite, la distance PD ou l'ordonnée de D est égale à $\frac{AP + HP}{2}$, c'est-à-dire à la demi-somme des ordonnées de A et de H. Mais $AP = h$, et HP n'est autre chose que l'ordonnée à l'origine de la droite P_1A_1. Or, l'équation de la droite A_2A étant $y = \frac{h}{m}x + h$, celle de la ligne A_1P_1 perpendiculaire à A_2A et passant par A_1 $(x = n,\ y = o)$ sera

$$y = -\frac{m}{h}\,(x - n),$$

et, en y faisant $x = o$, on trouve pour l'ordonnée à l'origine de cette droite ou pour PH la valeur $y = \frac{mn}{h}$; les coordonnées de D sont donc $x = o$, $y = \frac{mn + h^2}{2h}$.

Ces valeurs de x et de y, substituées dans l'équation (6), la changent en une identité, ce qui prouve que D est également situé sur le cercle représenté par (6).

Si nous prenions pour axe des x le côté A_2A et pour axe des y la perpendiculaire P_1A_1, nous démontrerions de même que la circonférence tracée par P_1, M_1, M contient aussi les points M_2 et D_1 et s'identifie par conséquent avec la circonférence précédente. Enfin, en choisissant pour axes de coordonnées le côté A_1A et la hauteur P_2A, on s'assurerait, par un raisonnement identique au précédent, que le cercle P_2M_2M passe encore par M_1 et D_2, qu'il n'est donc autre chose que le cercle PMM_2, ce qui prouve que les neuf points P, M, D, P_1, M_1, D_1, M_2, P_2, D_2 appartiennent à la même circonférence.

Les coordonnées x_N et y_N du centre N du cercle des neuf points sont données par les relations

$$4x_N - (n-m) = o,$$

$$4y_N - \left(h + \frac{mn}{h}\right) = o,$$

d'où l'on tire

$$x_N = \frac{n-m}{4} \quad \text{et} \quad y_N = \frac{h + \frac{mn}{h}}{4}. \quad (7)$$

Ces valeurs représentent aussi les coordonnées du milieu de la droite qui joint l'orthocentre du triangle au centre du cercle circonscrit..

En effet, l'équation générale d'un cercle étant

$$x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + C = o, \quad (8)$$

on aura celle du cercle circonscrit au triangle AA_1A_2, en écrivant que les coordonnées des sommets A ($x = o$, $y = h$), A_1 ($x = n$, $y = o$) et A_2 ($x = -m$, $y = o$) vérifient la relation (8), ce qui entraîne les trois équations de condition

$$h^2 + 2Bh + C = o,$$
$$n^2 + 2An + C = o,$$
$$m^2 - 2Am + C = o.$$

En résolvant ce système, on trouve pour les coefficients indéterminés A, B, C,

$$2A = -(n-m); \quad 2B = -\left(\frac{h^2 - mn}{h}\right) \quad \text{et} \quad C = -mn.$$

L'équation du cercle circonscrit devient donc

$$x^2 + y^2 - (n-m)x - \left(\frac{h^2 - mn}{h}\right)y - mn = o, \quad (9)$$

et les coordonnées du centre O sont, par conséquent,

$$X_o = \frac{n-m}{2} \quad \text{et} \quad Y_o = \frac{h^2 - mn}{2h}.$$

L'abscisse du milieu de HO est donc égale à $\frac{n-m}{4}$, c'est-à-dire égale à celle de N, et l'ordonnée du milieu de HO vaut $\frac{PH + MO}{2}$; or, $PH = \frac{mn}{h}$ et MO ou $Y_o = \frac{h^2 - mn}{2h}$, donc l'ordonnée du milieu de HO est exprimée par $\frac{mn}{2h} + \frac{h^2 - mn}{4h}$ ou par $\frac{h^2 + mn}{4h}$. Elle ne diffère donc pas de celle du centre du cercle des neuf points, d'où résulte que ce centre coïncide avec le milieu de HO.

Le rayon OA_1 ou R du cercle circonscrit est donné par la relation :

$$\left(\frac{m+n}{2}\right)^2 + \left(\frac{h^2-mn}{2h}\right)^2 = R^2$$

ou, après les réductions,

$$R^2 = \frac{h^4 + (m^2+n^2)\,h^2 + m^2n^2}{4h^2}. \quad (10)$$

Le rayon PN ou R′ du cercle des neuf points est exprimé par l'égalité:

$$PN^2 \text{ ou } R'^2 = \left(\frac{n-m}{4}\right)^2 + \left(\frac{h^2+mn}{4h}\right)^2;$$

développant et réduisant, il vient

$$R'^2 = \frac{(n^2+m^2)\,h^2 + h^4 + m^2n^2}{16h^2} \quad (11)$$

Des formules (10) et (11) on tire facilement

$$\frac{R'^2}{R^2} = \frac{1}{4} \text{ ou } R' = \frac{1}{2}R.$$

La proposition[1]) est donc complètement démontrée. Elle donne lieu à divers corollaires ou théorèmes relatifs au triangle, lesquels seront établis et énoncés dans le paragraphe suivant.

II.

3. La droite P_1D (fig. 1) qui est la médiane du triangle rectangle HP_1A issue du sommet P_1 de l'angle droit, vaut la moitié de l'hypoténuse AH; pour la même raison, P_2D, dans le triangle rectangle HP_2A, égale $\frac{AH}{2}$, d'où $P_1D = P_2D$ et, par conséquent, arc P_1D = arc P_2D. Les angles P_1PD et P_2PD sont donc égaux comme angles inscrits ayant même mesure. Par un raisonnement identique, on prouve l'égalité des angles PP_2D_2, $P_1P_2D_2$ et celle des angles $P_2P_1D_1$, PP_1D_1. Ainsi:

---

[1]) Il existe deux théorèmes analogues pour le tétraèdre orthocentrique, c'est-à-dire pour le tétraèdre dont les hauteurs se rencontrent en un même point:

a) Dans tout tétraèdre orthocentrique, les milieux des arêtes et les pieds des plus courtes distances des arêtes opposées sont douze points d'une même sphère, ayant pour centre le centre de gravité du tétraèdre. (première sphère des douze points).

b) Dans tout tétraèdre orthocentrique, 1° les centres de gravité des faces, 2° les points placés aux deux tiers des droites qui vont de chaque sommet au point de concours des hauteurs, 3° les pieds des quatre hauteurs sont douze points situés sur la même sphère.

Le centre de cette sphère est au milieu de la droite qui joint le point de concours des hauteurs au point de concours des perpendiculaires élevées sur chaque face par son centre de gravité.

Enfin le rayon de la sphère des douze points est le tiers du rayon de la sphère circonscrite au tétraèdre proposé (seconde sphère des douze points).

Voir les démonstrations de ces deux propositions dans le précieux *Traité de Géométrie* par Rouché et de Comberousse, 7me édition, deuxième partie, page 662.

Les hauteurs d'un triangle sont les bissectrices des angles de son triangle orthique,[1] c'est-à-dire du triangle qu'on obtient en joignant les pieds de ces hauteurs, et l'orthocentre H du premier est le centre du cercle inscrit dans le second.

4. Le centre du cercle des neuf points est situé au milieu des diagonales (fig. 1) D_1M_1, D_2M_2, DM des deux rectangles $D_2M_1M_2D_1$ et DD_1MM_1 ; de plus, comme les points D, D_1 et D_2 sont les milieux des arcs P_1P_2, P_2P et PP_1, ces diagonales sont perpendiculaires sur les milieux des côtés du triangle orthique. Nous avons donc le théorème :

Dans tout triangle, les droites qui joignent les milieux des côtés aux milieux des distances de l'orthocentre aux sommets opposés sont 1° des diamètres du cercle des neuf points et 2° perpendiculaires sur les côtés respectivement opposés du triangle orthique.

5. Le rayon D_2N, qui joint les milieux des côtés A_2H et HO du triangle A_2HO, est parallèle à A_2O, et comme il est perpendiculaire sur le côté P_1P du triangle PP_1P_2, il s'ensuit que A_2O est également perpendiculaire sur ce côté. Or, A_2O est un rayon du cercle circonscrit au triangle primitif AA_1A_2. Donc, les droites qui joignent les sommets d'un triangle au centre du cercle circonscrit sont perpendiculaires sur les côtés du triangle orthique.

Il est aisé de prouver que, réciproquement, les perpendiculaires abaissées des sommets d'un triangle sur les côtés opposés de son triangle orthique se rencontrent en un même point, qui est le centre du cercle circonscrit au premier triangle.

6. Les deux triangles D_2HN et M_2NO sont égaux comme ayant un angle égal compris entre côtés égaux chacun à chacun, d'où il suit que $OM_2 = D_2H$ et, par suite, $OM_2 = \frac{A_2H}{2}$. On démontre, de la même manière, que $OM = \frac{AH}{2}$ et $OM_1 = \frac{A_1H}{2}$.

Conséquemment :

Dans tout triangle, la distance du centre du cercle circonscrit à l'un des côtés est égale à la moitié de la distance de l'orthocentre au sommet opposé.

7. Menons la médiane AM ; elle rencontre évidemment la droite HO en un point G situé entre H et O. Considérons ensuite les deux triangles AGH et OGM ; ils sont semblables comme ayant les trois angles égaux chacun à chacun, car OM est parallèle à AH. De cette similitude nous tirons $\frac{MG}{AG} = \frac{OG}{GH} = \frac{OM}{AH}$; mais, d'après le N° 6, le dernier de ces rapports est égal à $\frac{1}{2}$; par conséquent, $MG = \frac{AG}{2}$ et $OG = \frac{GH}{2}$.

La première de ces égalités exprime que le point G se trouve au tiers de la médiane à partir du côté, c'est-à-dire que G est le centre de gravité du triangle AA_1A_2 ; la seconde prouve que la distance G à H est double de celle de G à O. De là :

Dans tout triangle, l'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit sont trois points en ligne droite, et la distance du premier de ces points au deuxième est double de celle du deuxième au troisième.

---

[1]) Nous avons emprunté ce nom à la Note *Sur la Geométrie récente du triangle*, publiée dans le *Traité de Géométrie* par Rouché et de Comberousse, et due à la plume de notre ancien compatriote, M. Neuberg, le savant professeur de l'université de Liège.

8. La circonférence des neuf points du triangle AA_1A_2 passe, comme on sait, par les milieux des segments des hauteurs compris entre l'orthocentre et les sommets ; il en résulte qu'elle est aussi la circonférence des neuf points relative à chacun des trois triangles HA_2A_1, HAA_1 et HAA_2. Donc, le cercle des neuf points d'un triangle AA_1A_2 se confond avec les cercles des neuf points des trois triangles déterminés par deux des sommets A, A_1, A_2 et par le point de concours des hauteurs.

Remarque. Les trois triangles A_1HA_2, A_2HA, AHA_1 ont pour orthocentres respectifs les points A, A_1, A_2, et les rayons de leurs cercles circonscrits sont égaux chacun au double du rayon du cercle des neuf points. Cette dernière propriété montre que les circonférences qui passent par deux des sommets d'un triangle et par l'orthocentre sont égales entre elles et égales à la circonférence circonscrite au triangle.

9. De la proposition du N° 7, on déduit $OG = \frac{1}{3}OH$ et $HG = \frac{2}{3}OH$; comme $ON = \frac{1}{2}OH$, il s'ensuit que NG ou $ON - OG = \frac{1}{6}OH$.

Des égalités $HN = \frac{1}{2}OH$, $OG = \frac{1}{3}OH$ et $NG = \frac{1}{6}OH$, nous tirons facilement $\frac{NH}{OH} = \frac{NG}{OG}$ ou $OH \times NG = NH \times OG$, ce qui exprime que les points H, G, N, O sont quatre points harmoniques.

III.

10. Le cercle des neuf points est le lieu des milieux des droites qui joignent l'orthocentre d'un triangle à la circonférence circonscrite.

A. — *Démonstration géométrique.*

Joignons l'orthocentre H du triangle AA_1A_2 (fig. 2) à un point quelconque V de la circonférence circonscrite, et prenons le milieu Q de HV. La droite NQ, qui unit Q au milieu de HO, est parallèle à OV et en vaut la moitié, donc $NQ = \frac{OV}{2} = \frac{R}{2} = R'$. On démontre, de la même manière, que les milieux de toutes les droites allant de H à la circonférence circonscrite se trouvent à la même distance $\frac{R}{2}$ ou R' de N. Ces milieux sont donc tous situés sur une circonférence ayant N pour centre, et pour rayon la moitié de celui du cercle circonscrit, c'est-à-dire ils font partie de la circonférence des neuf points.

Remarque. Cette proposition peut encore être énoncée comme suit :

Le cercle des neuf points d'un triangle divise en deux parties égales toute droite menée de l'orthocentre à la circonférence circonscrite.

B. — *Démonstration analytique.*

Conservons les axes de coordonnées et les notations du N° 2, et prenons un point quelconque V (α, β) sur la circonférence circonscrite.

L'équation

$$x^2 + y^2 - (n-m)\,x - \left(\frac{h^2 - mn}{h}\right) y - mn = o \quad (\text{N}^\circ\ 2,\ \text{form. } 9)$$

de cette circonférence devant être vérifiée pour $x = \alpha$, $y = \beta$, nous obtenons une première relation entre α et β:

$$\alpha^2 + \beta^2 - (n - m)\,\alpha - \left(\frac{h^2 - mn}{h}\right)\beta - mn = o. \quad (1)$$

Les coordonnées du point H sont $x = o$ et $y = \frac{mn}{h}$ (N° 2); celles du milieu Q de HV sont par conséquent

$$x_Q = \frac{\alpha}{2},\ y_Q = \frac{mn}{2h} + \frac{\beta}{2} = \frac{mn + h\beta}{2h}.$$

d'où l'on tire

$$\alpha = 2x_Q \text{ et } \beta = \frac{2hy_Q - mn}{h}.$$

Substituant ces valeurs de α et de β dans la relation (1) et remplaçant les coordonnées x_Q et y_Q par les coordonnées courantes x et y, nous obtenons

$$4x^2 + \left(\frac{2hy - mn}{h}\right)^2 - 2\,(n - m)\,x - \left(\frac{h^2 - mn}{h}\right)\left(\frac{2yh - mn}{h}\right) - mn = o.$$

Développant et réduisant, il vient enfin

$$2x^2 + 2y^2 - (n - m)\,x - \left(\frac{h^2 + mn}{h}\right)y = o.$$

C'est l'équation du cercle des neuf points. (N° 2, form. 6).

Cette proposition conduit aux conséquences suivantes:

11. Dans tout triangle inscrit dans un cercle, chaque côté divise en deux parties égales la portion de hauteur comprise entre la circonférence et l'orthocentre.

Réciproquement, si, de l'orthocentre d'un triangle, on abaisse des perpendiculaires sur les côtés, et qu'on prolonge chacune d'elles d'une longueur égale à elle-même, les points ainsi obtenus sont sur la circonférence circonscrite au triangle.

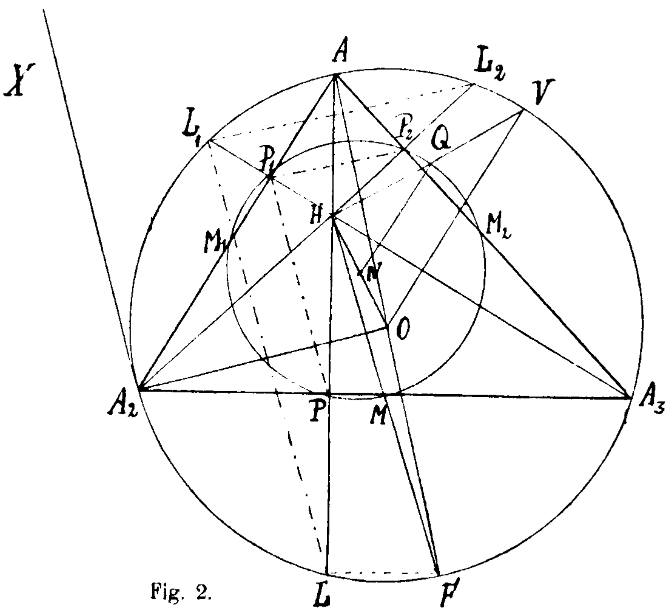


Fig. 2.

12. Chaque côté d'un triangle inscrit dans un cercle divise en deux parties égales la droite allant de l'orthocentre à la circonférence par le milieu de ce côté.

En effet, le milieu M du côté A_1A_2, par exemple, est un point de la circonférence des neuf points, et, par suite, HM = MF.

De plus, la droite PM, qui joint les milieux de HL et de HF, est parallèle à LF, ou bien LF est parallèle à PM et partant perpendiculaire à AL; il résulte de là que l'angle ALF est droit, et comme il est inscrit dans une circonférence, la droite AF est un diamètre.

Conséquemment:

Dans tout triangle, la droite passant par l'orthocentre et le milieu d'un côté coupe la circonférence circonscrite, à l'extrémité du diamètre partant du sommet opposé à ce côté.

On vérifie aisément, au moyen de la réduction à l'absurde, que, réciproquement, la droite qui joint l'extrémité F du diamètre AF à l'orthocentre H, passe par le milieu de A_2A_1, et comme $HM = HF$, nous avons le théorème :

Dans tout triangle inscrit dans un cercle, un côté quelconque et la droite qui va de l'orthocentre à l'extrémité du diamètre partant du sommet opposé au côté, se coupent mutuellement en parties égales.

13. Les droites qui joignent les points où les hauteurs d'un triangle rencontrent la circonférence circonscrite, sont 1° parallèles aux côtés du triangle orthique, 2° parallèles aux tangentes menées par les sommets du premier triangle. (fig. 2).

En effet, considérons le triangle L_1HL ; la droite P_1P, qui joint les milieux des côtés HL_1 et HL, est parallèle à L_1L et en vaut la moitié, donc $LL_1 \parallel P_1P$. On prouve, de la même manière, le parallélisme des droites L_1L_2, P_1P_2 et des droites L_2L, P_2P.

Le côté PP_1 du triangle orthique étant perpendiculaire sur le rayon A_2O (N° 5) ainsi que la tangente A_2X menée par le sommet A_2, on conclut que A_2X est parallèle à PP_1 et, par suite, à LL_1.

14. Nous avons vu (N° 3) que la hauteur A_1P_1 est la bissectrice de l'angle PP_1P_2 ; il est aisé de reconnaître qu'elle est aussi la bissectrice de l'angle LL_1L_2, et par conséquent :

Les hauteurs d'un triangle sont les bissectrices respectives des angles du triangle qu'on obtient en joignant les points où ces hauteurs coupent la circonférence circonscrite.

IV.

15. On peut inscrire dans un cercle donné une infinité de triangles dont les hauteurs concourent en un point donné ; le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées de ce point sur les côtés de ces triangles est le cercle des neuf points de l'un quelconque de ces triangles.

Soient donc O le centre du cercle et H le point donné (fig. 3). Menons par H une sécante quelconque qui coupe la circonférence aux points A et D ; puis au milieu P de HD élevons sur cette droite une perpendiculaire qui rencontre la circonférence en B et en C. Les hauteurs du triangle ABC passeront par le point H. Pour le prouver, il suffit évidemment de faire voir que la droite qui joint le sommet B au point H est perpendiculaire sur AC.

De l'égalité des triangles rectangles HPB et BPD, nous tirons $\varepsilon = \gamma$; d'ailleurs, $\gamma = \delta$ comme angles inscrits dans le même segment, donc $\varepsilon = \delta$, et de ce que $\delta + \beta = 1\ dr$, il résulte $\varepsilon + \beta = 1\ dr$, et, par suite, l'angle BVC est droit.

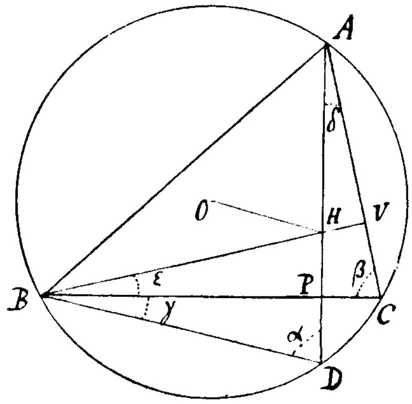


Fig. 3.

La droite AD étant une sécante quelconque tracée par H, il s'ensuit qu'il existe une infinité de triangles inscrits ayant le même orthocentre H.

Les pieds des hauteurs de tous ces triangles appartiennent au cercle des neuf points de l'un quelconque d'entre eux, ou, en d'autres termes, tous ces triangles ont même cercle des neuf points. En effet, les cercles des neuf points correspondant à ces triangles se confondent comme ayant tous pour centre le milieu N de HO, et pour rayon la moitié de celui de la circonférence circonscrite.

Remarques.

16. Il est facile de s'assurer que les triangles inscrits dans le cercle O et ayant le point H pour orthocentre, sont

obtusangles, rectangles ou acutangles, suivant que H est hors de la circonférence, sur cette courbe ou dans son intérieur.

17. Considérons l'un quelconque ABC de ces triangles inscrits; imaginons une ellipse tangente aux trois côtés et ayant pour foyer l'orthocentre H que nous supposons se trouver dans l'intérieur du cercle. Nous savons que le lieu des projections des foyers d'une ellipse sur ses tangentes est la circonférence décrite sur le grand axe comme diamètre.[1]) Or, dans le cas qui nous occupe, cette circonférence est déterminée par les projections de H sur les côtés du triangle, c'est-à-dire par les pieds des hauteurs; elle n'est donc autre chose que la circonférence des neuf points.

Les pieds des perpendiculaires abaissées du second foyer sur ces mêmes côtés devant également appartenir à ce cercle, on conclut que ce second foyer se confond avec le centre du cercle circonscrit. D'après la propriété de l'ellipse citée plus haut, le grand axe est égal au diamètre du cercle des neuf points.

En inscrivant dans chacun des autres triangles une ellipse ayant pour foyer H et touchant les côtés, on prouve, par un raisonnement idendique au précédent, que toutes ces coniques ont pour second foyer le point O et pour grand axe le diamètre du cercle des neuf points; qu'elles coïncident par suite et n'en forment qu'une seule.

V.

18. Le lieu des centres des hyperboles équilatères circonscrites à un triangle est le cercle des neuf points de ce triangle.[2])

Conservons les axes coordonnés et les notations du n° 2. Pour que l'équation générale des courbes du second degré

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = o$$

représente une hyperbole équilatère, il faut, dans le cas des axes rectangulaires, que l'on ait $A = -C$.

L'équation des hyperboles équilatères est donc de la forme

$$Ax^2 + 2Bxy - Ay^2 + 2Dx + 2Ey + F = o.$$

Divisant les deux membres par A, on obtient

$$x^2 + \frac{2B}{A}xy - y^2 + \frac{2D}{A}x + \frac{2E}{A}y + \frac{F}{A} = o,$$

et, en posant

$$\frac{B}{A} = M, \quad \frac{D}{A} = N, \quad \frac{E}{A} = P, \quad \frac{F}{A} = Q,$$

cette relation devient $x^2 + 2Mxy - y^2 + 2Nx + 2Py + Q = o$. (1)

Comme ces hyperboles doivent passer par les sommets A_2 ($x = -m, y = o$), A_1 ($x = n$, $y = o$) et A ($x = o$, $y = h$) du triangle AA_1A_2, leur équation (1) doit être vérifiée par les coordonnées de ces points, d'où les trois équations de condition:

$$m^2 - 2Nm + Q = o,$$
$$n^2 + 2Nn + Q = o,$$
$$-h^2 + 2Ph + Q = o.$$

---

[1]) Voir Rouché et de Comberousse, deuxième partie, page 298.

[2]) Pour la démonstration géométrique, voir Rouché et de Comberousse, deuxième partie, page 465.

On en tire facilement

$$2N = -(n-m),\ Q = -mn \text{ et } 2P = \frac{h^2+mn}{h}.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (1), on trouve

$$x^2 + 2Mxy - y^2 - (n-m)x + \left(\frac{h^2+mn}{h}\right)y - mn = o. \quad (2)$$

Les cordonnées x_1, y_1 des centres de ces hyperboles sont données par les équations

$$2x_1 + 2My_1 - (n-m) = o,$$

$$-2y_1 + \frac{h_2+mn}{h} + 2Mx_1 = o.$$

Eliminant M entre ces deux dernières relations et remplaçant x_1, y_1 par les coordonnées courantes x et y, il vient pour l'équation du lieu:

$$2x^2 + 2y^2 - (n-m)x - \left(\frac{h^2+mn}{h}\right)y = o.$$

C'est l'équation du cercle des neuf points du triangle. (n° 2, form. 6)

19. Corollaire. Les sommets d'un quadrilatère quelconque, considérés trois à trois, déterminent quatre triangles: les cercles des neuf points de ces triangles passent par un même point.

En effet, concevons l'hyperbole équilatère passant par les quatre sommets; elle sera circonscrite à chacun des quatre triangles, et, par conséquent, son centre sera situé à la fois sur chacun des quatre cercles des neuf points relatifs à ces triangles. Ces cercles se coupent donc en un même point.

Remarques.

20. L'équation générale (2) des hyperboles équilatères circonscrites à un triangle est vérifiée par les coordonnées de l'orthocentre, c'est-à-dire par $x = o$ et $y = \frac{mn}{h}$; il s'ensuit que toutes ces courbes passent par le point de concours des hauteurs.

21. Si le triangle AA_1A_2 est rectangle, la quantité m est nulle, et l'équation (2) des hyperboles équilatères se réduit à

$$x^2 + 2Mxy - y^2 - nx + hy = o.$$

Les cœfficients angulaires des tangentes à ces courbes sont données par la relation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{n - 2x - 2My}{h - 2y + 2Mx},$$

en y faisant $x = o$, $y = o$, on trouve les cœfficients angulaires des tangentes menées à ces courbes par le sommet de l'angle droit. Leur valeur $\frac{n}{h}$ est constante. Si, d'un autre côté, on observe que l'équation de l'hypoténuse du triangle est $y = -\frac{h}{n}x + h$, on peut conclure: 1° que toutes les hyperboles équilatères circonscrites à un triangle rectangle ont une tangente commune passant par le sommet de l'angle droit; et 2° que cette tangente est perpendiculaire à l'hypoténuse.

Ces deux propriétés sont exprimées d'une manière plus simple par l'énoncé suivant:

Les hyperboles équilatères circonscrites à un triangle rectangle sont tangentes à la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse.

VI.

22. Le lieu du centre du cercle des neuf points d'un triangle dont un angle est constant ainsi que la longueur du côté opposé, est une ellipse dont le centre est le sommet de l'angle constant.

Prenons ce sommet pour origine, pour axe des x l'un des côtés de l'angle constant AA_2A_1 ou Θ et pour axe des y la perpendiculaire sur ce côté (fig. 4).

Désignons par m et h les coordonnées variables du point A, et par n la distance variable de A_1 à P. Soit a'' la longueur du côté AA_1. Nous avons vu (n° 2, rel. 6) que l'équation du cercle des neuf points rapporté aux axes rectangulaires PX et PA est

$$2x^2 + 2y^2 - (n-m)x - \left(\frac{h^2+mn}{h}\right)y = o. \quad (1)$$

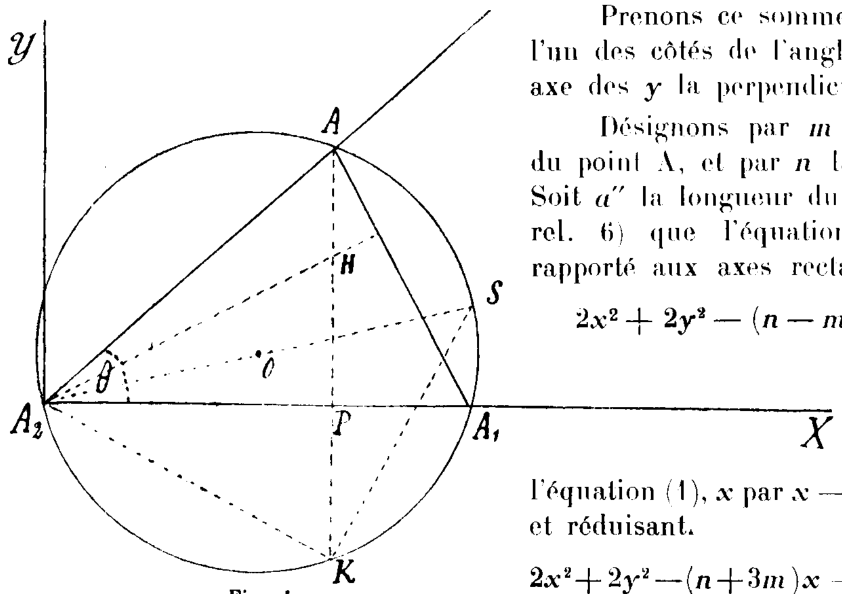


Fig. 4.

Pour rapporter ce cercle aux axes précédemment choisis, il suffit de remplacer, dans l'équation (1), x par $x - m$; nous aurons, en développant et réduisant.

$$2x^2 + 2y^2 - (n+3m)x - \left(\frac{h^2+mn}{h}\right)y + m(n+m) = o. \quad (2)$$

Soient x_N et y_N les coordonnées du centre de ce cercle : leurs valeurs sont données par les relations

$$4x_N - (n+3m) = o, \quad (3)$$

$$4y_N - \left(\frac{h^2+mn}{h}\right) = o. \quad (4)$$

Pour avoir l'équation du lieu à chercher, nous n'avons qu'à éliminer les paramètres variables n, m, h entre les équations (3), (4) et les relations

$$a''^2 = n^2 + h^2, \quad (5) \qquad h = m\,tg\,\Theta. \quad (6)$$

La première de ces quatre égalités fournit

$$n = 4x_N - 3m ;$$

la seconde, combinée avec (6),

$$n = 4y_N\ tg\,\Theta - m\,tg^2\,\Theta,$$

d'où

$$4x_N - 3m = 4y_N\ tg\,\Theta - m\,tg^2\,\Theta.$$

Après quelques transformations, on obtient

$$m = \frac{4\cos\Theta\ (y_N \sin\Theta - x_N \cos\Theta).}{1 - 4\cos^2\Theta.}$$

Cette valeur de m, substituée dans l'idendité (6), donne immédiatement

$$h = \frac{4\sin\Theta\ (y_N \sin\Theta - x_N \cos\Theta)}{1 - 4\cos^2\Theta}.$$

La relation $n = 4x_N - 3m$ devient, eu égard à la valeur de m,

$$n = 4x_N - \frac{12 \cos \Theta \; (y_N \sin \Theta - x_N \cos \Theta)}{1 - 4 \cos^2 \Theta},$$

et, après réduction,

$$n = \frac{4 \sin \Theta \; (x_N \sin \Theta - 3y_N \cos \Theta)}{1 - 4 \cos^2 \Theta}.$$

Les valeurs de m, n et h portées dans (5) donnent l'équation du lieu demandé. On trouve, en remplaçant x_N, y_N par les coordonnées courantes x, y et en faisant toutes les réductions:

$$x^2 + y^2 \; (1 + 8 \cos^2 \Theta) - 8xy \sin \Theta \cos \Theta = \frac{a''^2 \; (1 - 4 \cos^2 \Theta)^2}{16 \sin^2 \Theta}. \quad (7)$$

Le lieu est donc une conique, et comme les termes du premier degré manquent dans son équation, il a évidemment pour centre l'origine A_2 des coordonnées.

Prenons maintenant pour axes coordonnés les bissectrices de l'angle Θ et de son supplément, et rapportons la courbe représentée par l'équation (7) à ces nouveaux axes rectangulaires. A cet effet, mettons dans (7) pour x et y les valeurs données par les formules

$$x = x' \cos \frac{\Theta}{2} - y' \sin \frac{\Theta}{2},$$

$$y = x' \sin \frac{\Theta}{2} + y' \cos \frac{\Theta}{2},$$

qui servent à passer du premier système d'axes au second; il viendra, en supprimant les accents des nouvelles variables,

$$\begin{array}{l|l|l|l}
\cos^2 \frac{\Theta}{2} & x^2 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} & y^2 - 2 \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} & xy \\
+ \sin^2 \frac{\Theta}{2} & \quad + \cos^2 \frac{\Theta}{2} & \quad + 2 \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} & \\
+ 8 \cos^2 \Theta \sin^2 \frac{\Theta}{2} & \quad + 8 \cos^2 \Theta \cos^2 \frac{\Theta}{2} & \quad + 16 \cos^2 \Theta \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} & = \dfrac{a''^2 (1 - 4 \cos^2 \Theta)^2}{16 \sin^2 \Theta} \\
- 8 \sin \Theta \cos \Theta \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} & \quad + 8 \sin \Theta \cos \Theta \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} & \quad - 8 \sin \Theta \cos \Theta \cos^2 \frac{\Theta}{2} & \qquad (8) \\
 & & \quad + 8 \sin \Theta \cos \Theta \sin^2 \frac{\Theta}{2} &
\end{array}$$

En tenant compte des formules trigonométriques:

$$\sin^2 \frac{\Theta}{2} + \cos^2 \frac{\Theta}{2} = 1, \; \sin^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{1 - \cos \Theta}{2}, \; \cos^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{1 + \cos \Theta}{2}, \; \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} = \frac{1}{2} \sin \Theta,$$

en réduisant et observant que le cœfficient du produit des variables s'annule, on trouve pour la relation (8)

$$\begin{array}{l|l|l}
1 & x^2 \quad + 1 & y^2 \\
+ 4 \cos^2 \Theta & \qquad + 4 \cos^2 \Theta & \quad = \dfrac{a''^2 \; (1 - 4 \cos^2 \Theta)^2}{16 \sin^2 \Theta}. \quad (9) \\
- 4 \cos^3 \Theta & \qquad + 4 \cos^3 \Theta & \\
- 4 \sin^2 \Theta \cos \Theta & \qquad + 4 \sin^2 \Theta \cos \Theta &
\end{array}$$

Il est facile de s'assurer que les cœfficients des termes en x^2 et en y^2 se réduisent, le premier à $1+4\cos^2\Theta-4\cos\Theta$ ou à $(1-2\cos\Theta)^2$, le second à $1+4\cos^2\Theta+4\cos\Theta$ ou à $(1+2\cos\Theta)^2$, et, par suite, l'égalité (9) devient

$$(1-2\cos\Theta)^2\ x^2+(1+2\cos\Theta)^2\ y^2=\frac{a''^2\ (1-4\cos^2\Theta)^2}{16\sin^2\Theta},$$

ou

$$\frac{x^2}{(1+2\cos\Theta)^2}+\frac{y^2}{(1-2\cos\Theta)^2}=\frac{a''^2}{16\sin^2\Theta}. \quad (10)$$

On reconnaît sans difficulté que le second membre de cette équation équivaut au carré de la moitié du rayon R du cercle circonscrit au triangle AA_1A_2. En effet, si l'on désigne par a, a', a'' les côtés de ce triangle opposés aux angles A, A_1, A_2, on peut exprimer son aire T par les formules

$$T=\frac{aa'a''}{4R} \text{ et } T=\frac{aa'}{2}\sin\Theta,$$

$$\text{d'où } \frac{a''}{4R}=\frac{\sin\Theta}{2} \text{ ou } R=\frac{a''}{2\sin\Theta} \text{ et } \frac{R^2}{4}=\frac{a''^2}{16\sin^2\Theta}.$$

La relation (10), mise sous la forme la plus simple, est donc

$$\frac{4x^2}{(1+2\cos\Theta)^2}+\frac{4y^2}{(1-2\cos\Theta)^2}=R^2. \quad (11)$$

C'est l'équation d'une ellipse dont le centre est à l'origine, et dont les axes, dirigés suivant les bissectrices de l'angle donné et de son supplément, ont pour valeurs $R\ (1+2\cos\Theta)$ et $R\ (1-2\cos\Theta)$.

Remarques.

23. Quelle que soit la position du côté mobile AA_1, le cercle circonscrit au triangle AA_1A_2 passe par le sommet fixe A_2, et son rayon, qui ne dépend que de a'' et de Θ, a une longueur constante; il suit de là que le centre de ce cercle circonscrit décrit une circonférence ayant pour centre le sommet A_2 de l'angle Θ et pour rayon $\frac{a''}{2\sin\Theta}$ ou R.

24. Menons le diamètre A_2S et joignons S à K; les deux triangles rectangles A_2KS et A_2PA sont équiangles entre eux, car les angles A_2SK et A_2AK sont égaux comme inscrits dans le même segment; il en résulte $\widehat{SA_2K}=\widehat{AA_2P}=\Theta$. D'un autre côté, comme $HP=PK$, (n° 11) on conclut $A_2H=A_2K$; or, A_2K, dans le triangle rectangle A_2KS, a pour valeur $2R\cos\Theta$, et, par suite, $A_2H=2R\cos\Theta=$ constante. Cette relation prouve que, dans la question qui nous occupe, l'orthocentre du triangle AA_1A_2 reste à une distance invariable du sommet A_2, quelle que soit la position de la droite AA_1; il décrit, par conséquent, une circonférence dont le centre est en A_2 et dont le rayon est égal à $2R\cos\Theta$.

25. D'après ce qui précède, nous avons $A_2O=R$ et $A_2H=2R\cos\Theta$;

$$\text{on en tire } A_2O+A_2H=R\ (1+2\cos\Theta)$$
$$\text{et } A_2O-A_2H=R\ (1-2\cos\Theta).$$

Ces deux relations nous apprennent que le grand axe de l'ellipse représentée par l'équation (11) est égal à la somme des distances A_2H et A_2O, et que le petit vaut la différence de ces mêmes longueurs.

Cas particuliers.

26. Si l'angle Θ est droit, l'équation (7) de la conique se réduit à

$$x^2+y^2=\frac{a''^2}{16}=\frac{R^2}{4}.$$

Le lieu est alors un cercle décrit de l'origine des coordonnées, c'est-à-dire du sommet de l'angle droit comme centre avec un rayon égal au quart de l'hypoténuse ou à la moitié de celui du cercle circonscrit.

27. Si $\Theta = 60^0$ ou 120^0, $\cos\Theta = \frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$ et $\sin\Theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

L'équation (7) prend alors la forme

$$x^2 + 3y^2 \mp 2xy\sqrt{3} = o$$

ou

$$(x \mp \sqrt{3}\, y)^2 = o.$$

Le lieu se réduit alors aux droites doubles $(x \mp \sqrt{3}\, y)^2 = o$, qui sont les bissectrices de l'angle Θ et de son supplément.

28. Ces deux derniers résultats peuvent être obtenus facilement par des considérations géométriques élémentaires.

En effet, le centre du cercle des neuf points d'un triangle se trouve au milieu de la droite qui joint le point de concours des hauteurs au centre du cercle circonscrit. Or, si le triangle est rectangle, le point de concours des hauteurs coïncide avec le sommet de l'angle droit, et le centre du cercle circonscrit avec le milieu de l'hypoténuse. D'après cela, le centre du cercle des neuf points occupe, dans le cas de $\Theta = 90^0$, le milieu de la médiane A_2M_2 correspondant à l'hypoténuse AA_1. Mais, d'après une propriété connue du triangle rectangle, $A_2M_2 = \frac{AA_1}{2}$, et comme AA_1 a une longueur constante, il en est de même de A_2M_2 et, par suite, de $\frac{A_2M_2}{2}$ ou du rayon du cercle des neuf points du triangle rectangle. Il en résulte que le centre N de ce cercle se trouve constamment à la même distance du sommet A_2, quelle que soit la position de AA_1. Le lieu décrit par le point N est donc un cercle ayant pour centre le sommet de l'angle droit, et pour rayon la moitié de A_2M_2 ou le quart de l'hypoténuse.

Si $\Theta = 60^0$, le lieu est la bissectrice de cet angle. En effet, joignons le pied P de la perpendiculaire AP au milieu M_1 du côté AA_2 ; la droite M_1P est évidemment égale à la moitié de l'hypoténuse AA_2 du triangle rectangle APA_2. Le triangle A_2PM_1 est donc isocèle, et comme $\widehat{M_1A_2P} = 60^0$, il est même équilatéral, ce qui entraîne l'égalité $A_2M_1 = PA_2$. Or, puisque le cercle des neuf points du triangle AA_1A_2 doit passer par les points M_1 et P, son centre devra appartenir à la perpendiculaire élevée sur le milieu de la corde M_1P. Mais cette perpendiculaire n'est autre chose que la bissectrice de l'angle constant AA_2A_1 ou Θ, car, dans un triangle isocèle, la bissectrice de l'angle du sommet est perpendiculaire sur le milieu de la base.

Si $\Theta = 120^0$, le pied de la perpendiculaire AP tombe sur le prolongement de A_1A_2, et un raisonnement analogue au précédent fait voir que le lieu du centre du cercle des neuf points est la bissectrice du supplément de l'angle Θ.

VII.

29. Le lieu du point de concours des deux droites de Simson,[1] relativement à deux points diamétralement opposés, est le cercle des neuf points.

[1] Les pieds des perpendiculaires abaissées sur les côtés d'un triangle par un point de la circonférence circonscrite, sont sur une même droite, appelée «*droite de Simson.*»

Soient (fig. 5) le triangle AA_1A_2 et les points M, M' situés aux extrémités d'un diamètre quelconque de la circonférence circonscrite. XYZ est la droite de Simson relativement au point M, X'Y'Z' celle relativement au point M' et V leur point d'intersection.

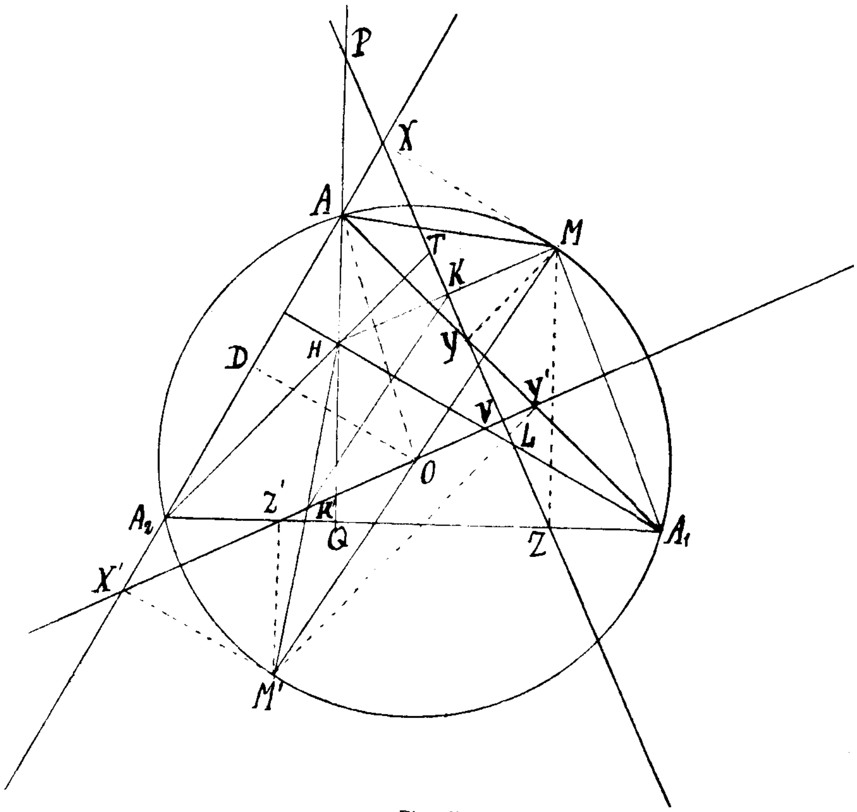


Fig. 5.

Prouvons d'abord que ces deux droites se coupent à angle droit.

A cet effet remarquons que le quadrilatère $XMZA_2$ est inscriptible, puisque les angles A_2XM et MZA_2 sont droits. On en conclut que les angles XMZ et XA_2Z sont supplémentaires ou que $\widehat{XMZ} = 180^0 - A_2$. D'un autre côté, $\widehat{AMA_1} = 180^0 - A_2$, d'où $\widehat{XMZ} = \widehat{AMA_1}$; et si de chacun de ces deux angles on retranche l'angle AMZ, les restes, c'est-à-dire les angles XMA et ZMA_1 seront égaux. Cette égalité entraîne la similitude des triangles rectangles AXM et MZA_1 et conséquemment la proportion $\frac{AX}{ZA_1} = \frac{XM}{MZ}$. (1)

Considérons maintenant le trapèze XMM'X'; la perpendiculaire OD, menée par le milieu O du côté MM' parallèlement aux deux bases MX et M'X', passe évidemment par le milieu de l'autre côté XX', d'où X'D = DX. La droite OD passe également par le milieu de la corde A_2A, et, par suite, $A_2D = DA$; on en tire $X'D - A_2D = XD - AD$ ou $X'A_2 = XA$.

On démontrerait de la même manière que A_2Z' égale A_1Z.

En remplaçant dans la relation (1) AX par son égal $X'A_2$ et A_1Z par A_2Z' on trouve

$$\frac{A_2X'}{A_2Z'} = \frac{XM}{MZ}.$$

Les deux triangles XZM et $A_2Z'X'$ sont donc semblables comme ayant un angle égal ($\widehat{XMZ} = \widehat{X'A_2Z'} = 180^0 - A_2$) compris entre côtés proportionnels, et de là résulte l'égalité des angles $A_2X'Z'$ et ZXM. Mais $\widehat{A_2XZ} + \widehat{ZXM} = 1$ droit, par conséquent $\widehat{A_2XZ} + \widehat{A_2X'Z'} = 1$ dr. et de ce que, dans le triangle XVX', la somme de deux angles vaut un droit, nous concluons que l'angle V est aussi droit ou que les deux droites de Simson sont rectangulaires.

D'autre part, on sait que la droite de Simson, par rapport à un point, passe par le milieu de la droite qui joint ce point à l'orthocentre du triangle[1]). De là il suit que le point K, où la droite XZ rencontre la droite HM, est le milieu de HM, et que le point K' est le milieu de HM'. Les points K et K' appartiennent donc à la circonférence des neuf points du triangle AA_2A_1, en vertu de la proposition du N° 10. De plus, la droite KK', joignant les milieux des côtés HM et HM' du triangle MHM', est parallèle au troisième côté MM' et en vaut la moitié. Or, MM' est un diamètre du cercle circonscrit au triangle AA_1A_2, et, par suite, KK' est un diamètre du cercle des neuf points. Le triangle KVK' étant rectangle et son hypoténuse KK' un diamètre du cercle des neuf points, il s'ensuit que le sommet V de son angle droit est situé sur la circonférence des neuf points.

Remarques.

30. Prolongeons la droite XZ jusqu'à sa rencontre en P avec la hauteur AQ du triangle (fig. 5). Les droites MZ et PQ sont parallèles, d'où l'on tire que les angles alternes-internes QPZ et PZM sont égaux. D'ailleurs $HK = KM$, et les angles HKP et ZKM sont égaux comme opposés par le sommet; de là résulte l'égalité des deux triangles HKP et ZKM, laquelle entraîne celle des droites MZ et PH. On prouverait de même que $HL = MX$ et $HT = MY$.

Donc, la droite de Simson, relativement à un point M, coupe chaque hauteur du triangle en un point dont la distance à l'orthocentre est égale à celle de M au côté correspondant à la hauteur.

31. Le quadrilatère $MYZA_1$ est inscriptible, puisque des points Y et Z on voit MA_1 sous un angle droit. Si l'on traçait donc la circonférence circonscrite, on s'assurerait sans peine que les angles YZM et YA_1M sont inscrits dans le même segment et par conséquent égaux. L'angle au centre AOM a pour mesure l'arc AM; l'angle MA_1A inscrit dans la même circonférence de centre O, vaut la moitié de l'arc AM. Nous avons donc $\widehat{AOM} = 2\widehat{AA_1M}$ ou, à cause de $\widehat{AA_1M} = \widehat{YZM}$, $\widehat{AOM} = 2\widehat{YZM}$. Mais $\widehat{YZM} = \widehat{QPZ}$ et, par suite, $\widehat{AOM} = 2\widehat{QPZ}$ ou $\widehat{QPZ} = \frac{\widehat{AOM}}{2}$.

Conséquemment:

Les angles que la droite de Simson, relativement à un point M, fait avec les hauteurs du triangle, sont les moitiés des angles que le rayon passant par M fait avec les rayons passant par les sommets correspondants.

---

[1]) Voir Rouché et de Comberousse, 7me édition, 1re partie, page 108.

VIII.

32. Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle des neuf points du triangle formé en menant par les sommets du premier des parallèles aux côtés opposés.

Soient FF_1, FF_2 et F_1F_2 ces parallèles tracées par les sommets A_2, A_1 et A du triangle AA_1A_2 (fig. 6). Il est facile de prouver que ces sommets sont les milieux des côtés du nouveau triangle FF_1F_2. Le cercle circonscrit au triangle primitif AA_1A_2 passe donc par les milieux des côtés du triangle FF_1F_2 et se confond, par conséquent, avec le cercle des neuf points de celui-ci.

IX.

33. Les parallèles menées par les sommets d'un triangle AA_1A_2 aux côtés opposés, déterminent avec ces côtés trois triangles égaux au triangle donné: les cercles des neuf points de ces trois triangles touchent celui du triangle primitif aux milieux des côtés AA_1, AA_2, A_1A_2 (fig.6).

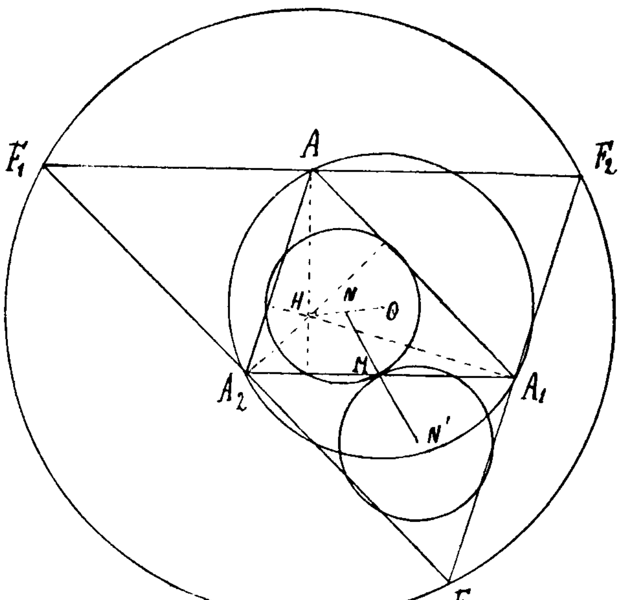


Fig. 6.

En effet, de ce que le quadrilatère AA_1FA_2 est un parallélogramme, on conclut que les deux triangles AA_1A_2 et FA_1A_2 qui le composent sont égaux et symétriques par rapport au point de rencontre des diagonales ou par rapport au milieu M du côté A_1A_2 du triangle AA_1A_2. Il en résulte que les centres N et N′ de leurs cercles des neuf points sont également symétriques par rapport à M, c'est-à-dire que les points N, M et N′ sont en ligne droite. La distance NN′ égale par conséquent la somme des droites MN et N′M, qui sont les rayons des cercles des neuf points, et, par suite, ces cercles se touchent au point M. On verrait, de la même manière, que les cercles des neuf points des deux autres triangles sont tangents à celui de AA_1A_2, aux milieux de AA_1 et de AA_2 respectivement.

Scolies.

34. Les centres des cercles des neuf points des trois triangles FA_2A_1, F_1AA_2 et F_2A_1A appartiennent à une circonférence décrite de N comme centre avec un rayon égal à celui du cercle circonscrit à AA_1A_2; car ces centres se trouvent tous à une distance de N égale à NN′ ou à 2MN.

35. Les points de rencontre des droites menées par les sommets d'un triangle parallèlement aux côtés opposés, sont situés sur une circonférence ayant pour centre le point de concours des hauteurs et pour rayon le double de celui du cercle circonscrit. En effet, les hauteurs du triangle AA_1A_2 (fig. 6) étant perpendiculaires sur les milieux des côtés du triangle FF_1F_2, leur point de concours n'est autre chose que le centre du cercle circonscrit à ce dernier triangle. D'autre part, la surface du triangle FF_1F_2 vaut quatre fois celle du triangle AA_1A_2, et, par suite, le rayon du cercle circonscrit au premier est double de celui du cercle circonscrit au second.

X.

36. Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle des neuf points du triangle qu'on obtient en joignant les centres des cercles ex-inscrits au premier (fig. 7).

Soient E, E_1, E_2 les centres des cercles ex-inscrits au triangle AA_1A_2. La position du point E_1 est déterminée par l'intersection des bissectrices des angles KA_2A et AA_1A_2; E est donné par celle des bissectrices des angles SA_2A_1 et A_2AA_1; enfin, E_2 est le point de rencontre des bissectrices des angles VAA_1 et AA_2A_1.

Les lignes E_1A_2 et EA_2 sont les bissectrices des angles KA_2A et SA_2A_1 opposés par le sommet; on en conclut qu'elles sont dans le prolongement l'une de l'autre ou que EA_2E_1 est une droite. D'un autre côté, E_1A_2 et E_2A_2 sont les bissectrices de deux angles adjacents et supplémentaires, d'où l'on tire que E_2A_2 est perpendiculaire sur E_1A_2 ou sur E_1E. On vérifierait de même que E_1AE_2 et E_2A_1E sont des droites, et que EA et E_1A_1 y sont respectivement perpendiculaires. Les bissectrices du triangle AA_1A_2 sont donc les hauteurs du triangle EE_1E_2, et, par conséquent, le cercle circonscrit au premier est bien le cercle des neuf points du second.

Remarques.

37. Le triangle AA_1A_2 est le triangle orthique du triangle E_1EE_2, et le centre I du cercle inscrit dans le premier est l'orthocentre du second.

38. L'orthocentre, le centre du cercle des neuf points et le centre du cercle circonscrit à un triangle étant trois points en ligne droite, et le second de ces points étant le milieu de la distance des deux autres, on trouve la position du centre Z du cercle circonscrit à EE_1E_2 en prolongeant la droite IO d'une quantité égale à elle-même.

39. Des deux numéros précédents et de la réciproque du N° 5, il résulte que, dans un triangle, les perpendiculaires abaissées des centres des cercles ex-inscrits sur les côtés qu'ils touchent, se coupent en un même point également éloigné de ces trois centres. Ce point de

rencontre, le centre du cercle circonscrit et le centre du cercle inscrit au triangle sont sur une même droite, et le second de ces points est au milieu des deux autres.

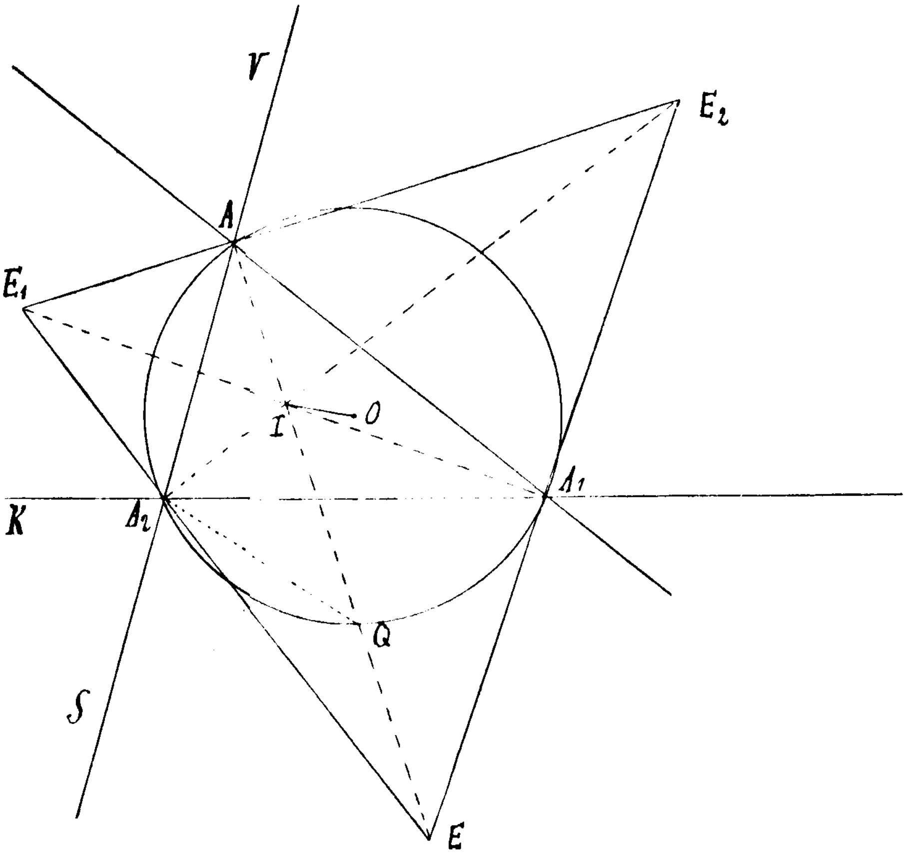


Fig. 7.

40. Le cercle des neuf points d'un triangle passe, comme on sait, par les milieux des distances de l'orthocentre aux sommets; d'après cela $IQ = QE = \frac{IE}{2}$. D'un autre côté, AE est la bissectrice de l'angle A du triangle AA_1A_2; il en résulte arc A_2Q = arc A_1Q et, par suite, corde A_2Q = corde A_1Q. Mais A_2Q est, dans le triangle rectangle IA_2E, la médiane correspondant à l'hypoténuse EI et vaut par conséquent la moitié de celle-ci. De ce qui précède, nous tirons donc $A_2Q = A_1Q = IQ = EQ = \frac{IE}{2}$. Ce résultat exprime que, dans un triangle, les points où les bissectrices des angles coupent le cercle circonscrit, sont 1° les milieux des distances du centre du cercle inscrit aux centres des cercles ex-inscrits; 2° les centres des circonférences passant par le centre du cercle inscrit, les extrémités d'un côté du triangle et le centre du cercle ex-inscrit correspondant à ce côté.

XI.

41. Si l'on prend les symétriques du centre du cercle circonscrit à un triangle par rapport aux côtés, on obtient les sommets d'un nouveau triangle, dit conjugué au premier : ces deux triangles ont même cercle des neuf points (fig. 8).

Soient C, C_1, C_2 les symétriques du point O par rapport aux côtés du triangle A_1AA_2; les deux triangles CC_1C_2 et AA_1A_2 ont leurs côtés égaux et parallèles, mais inversement situés. En effet, les droites CC_2 et AA_2 sont parallèles à MM'' et en valent le double ; elles sont donc parallèles et égales entre elles. On prouverait de même l'égalité et le parallélisme des autres côtés de ces triangles. De là on conclut que AA_1A_2 et CC_1C_2 sont égaux et homothétiques inverses. Le rapport d'homothétie étant -1, on trouve le centre d'homothétie, en prenant le milieu de la droite qui unit deux sommets homologues.

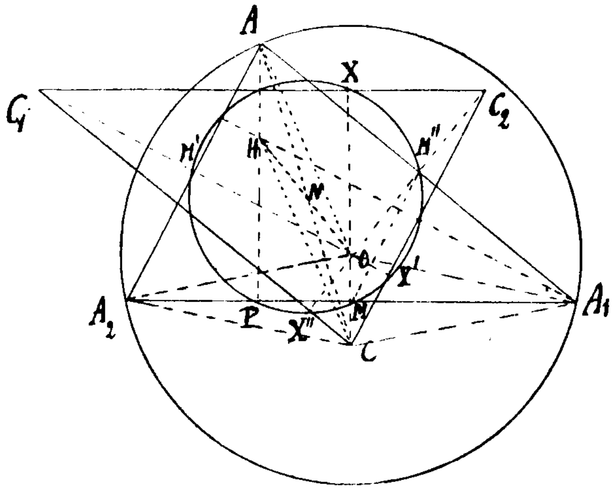


Fig. 8.

Joignons donc A à C et menons les droites HA, HC, OA et OC ; le quadrilatère ainsi formé est un parallélogramme comme ayant deux côtés opposés égaux (nº 6) et parallèles. La diagonale AC passe donc par le milieu N de HO et y est divisée en deux parties égales, ce qui prouve que le centre d'homothétie se confond avec le centre du cercle des neuf points du triangle AA_1A_2. Cela posé, il résulte d'une propriété connue des figures homothétiques que le centre du cercle des neuf points relatif au triangle conjugué tombe aussi sur le centre d'homothétie et, par conséquent, sur le centre du cercle des neuf points de AA_1A_2. De plus l'égalité des triangles AA_1A_2 et CC_1C_2 entraîne celle des rayons de leurs cercles des neuf points. Ces cercles coïncident donc comme ayant même centre et même rayon.

Remarques.

42. D'après le théorème: «Si, dans deux systèmes homothétiques, une droite passe par le centre d'homothétie, son homologue coïncide avec elle», la droite d'Euler[1]) HO de l'un des triangles, c'est-à-dire la droite qui passe par l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit, ne diffère pas de celle de son conjugué; en d'autres termes, les orthocentres de ces triangles et les centres de leurs cercles circonscrits sont situés sur la droite HO. De là et de ce que le rapport d'homothétie est égal à -1, on déduit aisément que l'orthocentre H du triangle AA_1A_2 est le centre du cercle circonscrit à son conjugué CC_1C_2, et que, inversement, le centre du cercle circonscrit au premier est le point de concours des hauteurs du second.

43. Les perpendiculaires élevées sur les milieux des côtés du triangle AA_1A_2 sont les hauteurs du triangle CC_1C_2 (nº 42), et, par suite, elles rencontrent les côtés opposés de CC_1C_2 en trois points X, X', X'' situés sur le cercle des neuf points de AA_1A_2.

[1]) Ainsi nommée par Neuberg dans sa Note *Sur la Géométrie récente du triangle*. Voir Rouché et de Comberousse, p. 449.

44. Les points C, C_1, C_2 sont les centres des cercles circonscrits aux triangles A_2HA_1, A_2HA, AHA_1 déterminés respectivement par l'orthocentre et deux sommets du triangle primitif. En effet, désignons par R le rayon du cercle circonscrit au triangle AA_1A_2, et rappelons que AHCO est un parallélogramme; il en résulte $HC = AO = R$. Remarquons ensuite que les droites OC et A_2A_1 sont perpendiculaires et se coupent mutuellement en parties égales. Nous en concluons que la figure OA_2CA_1 est un losange et que conséquemment $A_2C = CA_1 = A_2O = R$. Nous avons, par suite, $A_2C = CH = CA_1 = R$.

XII.

45. En joignant le centre O du cercle circonscrit à un triangle AA_1A_2 aux trois sommets, et en prolongeant ces droites de longueurs égales à elles-mêmes, on obtient les sommets d'un nouveau triangle BB_1B_2, dont le cercle des neuf points a pour centre le point de concours des hauteurs du premier (fig. 9).

En effet, les deux triangles AA_1A_2 et BB_1B_2 sont homothétiques directs; leur centre d'homothétie est évidemment O et leur rapport d'homothétie $\frac{OA}{OB} = \frac{OA_1}{OB_1} = \frac{OA_2}{OB_2} = \frac{1}{2}$. Il en résulte: 1° que le centre N du cercle des neuf points de AA_1A_2 et son homologue N′ du triangle BB_1B_2 se trouvent sur la droite d'Euler HO, d'un même côté de O, et 2° que $ON' = 2ON$. Or, $OH = 2ON$, donc $ON' = OH$, et, par suite, le point N′ se confond avec H.

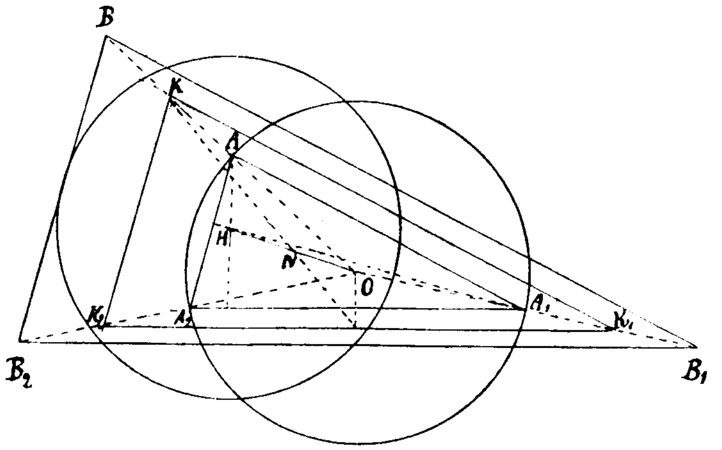


Fig. 9.

46. Si l'on porte sur les prolongements de OA, OA_1, OA_2 des longueurs égales à la moitié du rayon du cercle circonscrit, on détermine les sommets d'un triangle KK_1K_2. (Fig. 9). Le centre du cercle des neuf points du triangle primitif AA_1A_2 est le centre de gravité de ce nouveau triangle.

Pour le démontrer, observons que AA_1A_2 et KK_1K_2 sont homothétiques directs, que leur centre d'homothétie est O et leur rapport d'homothétie $\frac{2}{3}$. Il s'ensuit: 1° que O est le centre du cercle circonscrit à KK_1K_2; 2° que le centre de gravité G′ de KK_1K_2 est situé sur la droite HO, puisque le centre de gravité G de AA_1A_2 appartient à cette droite, et 3° que $OG' = \frac{3}{2}OG$. Or, d'après le n° 9, $OG = \frac{1}{3}OH = \frac{2}{3}ON$; donc $OG' = ON$. D'ailleurs, l'homothétie étant directe, G et G′ se trouvent du même côté par rapport à O, c'est-à-dire du même côté que le centre N du cercle des neuf points; et, par suite, l'égalité $OG' = ON$ prouve que les points G′ et N coïncident.

XIII.

47. Dans un triangle, H étant l'orthocentre et G le centre de gravité, le cercle des neuf points, le cercle décrit sur HG comme diamètre et le cercle circonscrit ont même axe radical (fig. 10).

Rappelons d'abord que l'axe radical de deux cercles est une droite perpendiculaire à la ligne des centres, plus voisine du centre du plus petit cercle que du centre du plus grand, et dont la distance au milieu de la ligne des centres est égale à la différence des carrés des rayons divisée par le double de la distance des centres.

Désignons par R le rayon du cercle circonscrit, par R′ celui du cercle N des neuf points et par V le centre du cercle décrit sur HG comme diamètre. Des numéros 1 et 7, nous déduisons que les points N et V sont situés sur HO, entre H et O. Quelle que soit la nature du triangle, la distance HO est plus courte que 3R. En effet, le cercle des neuf points d'un triangle devant passer par les milieux des côtés de ce triangle, il en résulte qu'il ne peut être ni extérieur ni tangent extérieurement au cercle circonscrit à ce triangle, et que, par suite, la distance des centres de ces deux cercles est plus petite que la somme de leurs rayons. Nous avons donc $ON < R' + R$ ou $ON < \frac{3R}{2}$, d'où $2ON$ ou $OH < 3R$.

De cette inégalité nous tirons immédiatement, en remarquant que $HG = \frac{2}{3}$ OH (nº 9), $HG < 2R$ et $\frac{HG}{2} < R$; cela nous apprend que le rayon du cercle décrit sur HG comme diamètre est plus petit que R. Nous concluons de là et de ce que nous avons rappelé plus haut, que les axes radicaux des trois cercles donnés, pris deux à deux, sont plus rapprochés de V et de N que de O; qu'ils se trouvent par conséquent d'un même côté par rapport à O.

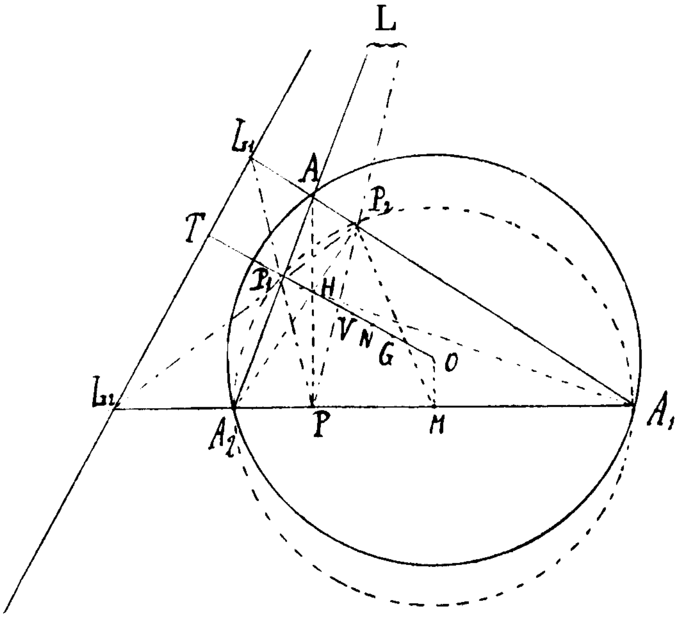


Fig. 10.

Cela posé, il suffit, pour démontrer le théorème, de faire voir que les axes radicaux de ces cercles, considérés deux à deux, passent par le même point de la ligne des centres HO. A cet effet, calculons d'abord la distance de l'axe radical de deux de ces cercles à un point quelconque de cette ligne, au centre O du cercle circonscrit, par exemple; puis celles des axes radicaux des deux autres couples de cercles au même point O, et montrons que ces trois distances sont égales.

La distance de l'axe radical des cercles O et N au milieu de ON est égale à $\frac{R^2 - R'^2}{2\overline{ON}}$ ou à $\frac{3R'^2}{\overline{OH}}$; et, par conséquent, la distance δ de cet axe au centre O est exprimée par

$$\delta = \frac{3R'^2 + \frac{1}{4}\overline{OH}^2}{\overline{OH}} = \frac{3R^2 + \overline{OH}^2}{4\,\overline{OH}}.$$

La distance de l'axe radical du cercle O et du cercle décrit sur HG comme diamètre au milieu G de VO est donnée par la relation $\dfrac{R^2 - \dfrac{\overline{HG}^2}{4}}{2OV}$: à cause de $GH = \dfrac{2}{3}OH$, $OV = \dfrac{2}{3}OH$, cette expression devient

$$\frac{R^2 - \frac{1}{9}\overline{OH}^2}{{}^4/_3\ OH},$$

et la distance δ' de cet axe radical au centre O est fournie par

$$\delta' = \frac{R^2 - \frac{1}{9}\overline{OH}^2}{{}^4/_3\ OH} + \frac{OV}{2} = \frac{R^2 - \frac{1}{9}\overline{OH}^2 + \frac{4}{9}\overline{OH}^2}{{}^4/_3\ OH} = \frac{3R^2 + \overline{OH}^2}{4\ OH}.$$

Pour la distance de l'axe radical des deux derniers cercles N et V au milieu de NV on trouve $\dfrac{R'^2 - \frac{1}{9}\overline{OH}^2}{{}^1/_3\ OH}$, et pour la distance δ'' de cet axe au centre O, il vient

$$\delta'' = \frac{R'^2 - \frac{1}{9}\overline{OH}^2}{{}^1/_3\ OH} + \frac{7}{12}OH = \frac{R'^2 + \frac{1}{12}\overline{OH}^2}{{}^1/_3\ OH}$$

ou

$$\delta'' = \frac{12R'^2 + \overline{OH}^2}{4OH} = \frac{3R^2 + \overline{OH}^2}{4OH}.$$

On voit donc que les trois distances δ, δ', δ'' sont égales et que, par suite, les trois axes radicaux coïncident.

Remarque. De ce que les deux premiers de ces trois couples de cercles ont même axe radical, nous aurions pu conclure immédiatement que les axes radicaux des trois cercles pris deux à deux se confondent. En effet, soit T le pied de l'axe radical commun aux deux premiers couples; d'après la définition de l'axe radical, ce point a même puissance par rapport à chacun des trois cercles O, N et V, et, par suite, il appartient aussi à l'axe radical de ces deux derniers cercles.

48. Les côtés du triangle AA_1A_2 (fig. 10) coupent les côtés opposés de son triangle orthique en trois points situés en ligne droite. (Cette droite est dite axe orthique du triangle primitif).

En effet, soit L_2 le point d'intersection de A_1A_2 avec P_2P_1; le quadrilatère P_1P_2MP est inscrit dans le cercle des neuf points et, par conséquent, les deux sécantes L_2P_2 et L_2M donnent

$$L_2P_1 \times L_2P_2 = L_2P \times L_2M. \quad (1)$$

Le quadrilatère $A_2P_1P_2A_1$ est inscrit dans le cercle décrit sur A_2A_1 comme diamètre, et, par suite,

$$L_2P_1 \times L_2P_2 = L_2A_2 \times L_2A_1. \quad (2)$$

Des relations (1) et (2) nous tirons

$$L_2P \times L_2M = L_2A_2 \times L_2A_1$$

Or le premier membre de cette égalité est la puissance du point L_2 par rapport au cercle des neuf points, et le second celle de ce même point par rapport au cercle circonscrit à AA_1A_2. Le point L_2 fait donc partie du lieu des points d'égale puissance par rapport à ces deux cercles, c'est-à-dire de leur axe radical. Par des considérations analogues on vérifie que les deux autres points d'intersection L_1 et L sont également sur cette droite.

Remarque.

L'axe orthique d'un triangle se confond ainsi avec l'axe radical du cercle des neuf points et du cercle circonscrit; il est donc perpendiculaire sur la droite d'Euler HO, et sa distance au centre O du cercle circonscrit est déterminée par

$$\frac{3R^2 + \overline{OH}^2}{4OH}.$$

49. On sait que le cercle circonscrit au triangle AA_1A_2 est le cercle des neuf points du triangle EE_1E_2, ayant pour sommets les centres des cercles ex-inscrits au premier; donc, d'après le N° 48, les points d'intersection des côtés de AA_1A_2 avec les côtés opposés de EE_1E_2 se trouvent sur une même droite, perpendiculaire à IO. Mais les côtés du triangle EE_1E_2 ne sont autre chose que les bissectrices extérieures du triangle AA_1A_2; de là le théorème:

Les bissectrices des angles extérieurs d'un triangle rencontrent les côtés opposés en trois points situés sur une même perpendiculaire à la droite qui joint le centre du cercle circonscrit au centre du cercle inscrit.

XIV.

50. Le lieu des foyers des paraboles conjuguées à un triangle donné AA_1A_2, est la circonférence des neuf points de ce triangle.

La démonstration de ce théorème, pour laquelle nous renvoyons le lecteur aux Nouvelles Annales de Mathématiques[1]), se base sur les deux propositions suivantes:

1° Les droites qui unissent les milieux des côtés d'un triangle conjugué à une parabole, sont tangentes à cette courbe.

2° Le lieu des foyers des paraboles tangentes à trois droites fixes, est le cercle circonscrit au triangle formé par ces trois droites.

Or, le cercle circonscrit au triangle formé par les droites qui joignent les milieux des côtés de AA_1A_2, est évidemment le cercle des neuf points de ce dernier triangle.

Les propriétés du cercle des neuf points démontrées dans le premier chapitre, conduisent à de nombreuses relations entre les différentes lignes (côtés, hauteurs, bissectrices, droites qui joignent les points remarquables etc. etc.) du triangle, d'une part, le rayon du cercle circonscrit ou le rayon du cercle des neuf points, les rayons des cercles tangents aux côtés, la surface du triangle et la distance de l'orthocentre aux côtés du triangle orthique, d'autre part.

Nous nous proposons d'établir, dans le chapitre suivant, quelques-unes de ces relations et d'en déduire quelques nouvelles propositions relatives au cercle des neuf points.

---

[1]) Tome V, 2e série.

CHAPITRE II.

Propriétés du triangle et suite des propriétés du cercle des neuf points.

I.

51. Notations. Désignons par a, a', a'' les longueurs des trois côtés A_2A_1, A_2A et AA_1 du triangle AA_1A_2 (fig. 11);

par h, h', h'' les hauteurs correspondantes AP, A_1P_1, A_2P_2;

par σ, σ', σ'' les segments supérieurs de ces hauteurs, c'est-à-dire les portions des hauteurs comprises entre l'orthocentre H et les sommets du triangle;

par s, s', s'' les segments inférieurs des hauteurs, c'est-à-dire les distances de l'orthocentre aux côtés;

par m, n; m', n'; m'', n'' les segments A_2P, PA_1; AP_1, P_1A_2; A_1P_2, P_2A que les hauteurs déterminent sur les côtés du triangle;

par r, ρ, ρ', ρ'' les rayons des cercles inscrit et ex-inscrits au triangle AA_1A_2;

par d, d', d'' les longueurs des perpendiculaires abaissées du centre O du cercle circonscrit sur les trois côtés du triangle;

par R et R′ le rayon du cercle circonscrit et le rayon du cercle des neuf points; par S la surface du triangle AA_1A_2, et son périmètre par $2p$.

Soient encore α, α', α'' les côtés P_1P_2, PP_2, PP_1 du triangle orthique, S′ sa surface, $2p'$ son périmètre et r' la distance de l'orthocentre H aux côtés du triangle orthique. Il est évident que, dans le cas du triangle acutangle, r' représente aussi le rayon du cercle inscrit dans le triangle orthique.

52. Remarque. Pour généraliser les formules que nous établirons dans le cours de ce chapitre, c'est-à-dire pour les rendre applicables à un triangle quelconque, qu'il soit acutangle, rectangle ou obtusangle, nous convenons:

1° de regarder les segments m, n, m', n', m'', n'' comme positifs ou négatifs, suivant que le point qu'on peut supposer les décrire, se meut dans le sens AA_2A_1 ou dans le sens contraire AA_1A_2;

2° de considérer les distances d, d', d'' comme positives ou négatives, suivant que le centre O est, par rapport à la droite sur laquelle on a abaissé la perpendiculaire, du même côté que le sommet opposé ou d'un côté différent;

3° d'attribuer aux segments supérieurs σ, σ', σ'' les signes respectifs des quantités d, d', d'';

4° d'affecter les segments inférieurs s, s', s'' du signe $+$, si le triangle est acutangle ou rectangle, et de leur donner, dans le cas du triangle obtusangle, des signes contraires à ceux de d, d', d'' respectivement;

5° de prendre positivement ou négativement les valeurs de S′ et de r', suivant que le triangle primitif est acutangle ou obtusangle;

6° de faire précéder de $+$ ou de $-$ les longueurs α, α', α'' des côtés du triangle orthique, suivant que ces côtés ont ou n'ont pas de points situés dans l'intérieur du triangle primitif.

II.

53. Les points D, D_1, D_2 étant les milieux des segments supérieurs des hauteurs du triangle AA_1A_2, les droites PD, P_1D_1, P_2D_2 sont des cordes du cercle des neuf points et se coupent au point H (fig. 11).[1] Nous avons donc

$$\frac{\sigma}{2}s = \frac{\sigma'}{2}s' = \frac{\sigma''}{2}s'' \text{ ou } \sigma s = \sigma' s' = \sigma'' s''. \ (1)$$

De l'orthocentre H abaissons la perpendiculaire HT_2 sur le côté P_1P du triangle PP_1P_2; les deux angles HPT_2 et OA_2M sont égaux comme étant deux angles de même espèce ayant leurs côtés perpendiculaires (N° 5); d'où résulte la similitude des triangles rectangles HT_2P et A_2MO et, par suite, la relation

$$\frac{r'}{OM} = \frac{s}{R} = \frac{T_2P}{A_2M}. \ (2)$$

En remarquant que $OM = \frac{\sigma}{2}$ (N° 6), on tire de l'égalité des deux premiers rapports $\sigma s = 2Rr' = 4R'r'$. (3)

Ainsi, le rectangle construit sur les deux segments dans lesquels l'orthocentre partage la hauteur d'un triangle, est équivalent au rectangle ayant pour côtés le diamètre du cercle des neuf points et le double de la distance de l'orthocentre aux côtés du triangle orthique.

54. L'égalité des deux derniers rapports de la relation (2) donne $T_2P = \frac{as}{4R'}$, puisque $R = 2R'$ et $A_2M = \frac{a}{2}$; on trouve de même $T_1P_2 = \frac{a''s''}{4R'}$ et $TP_1 = \frac{a's'}{4R'}$, d'où, par addition,

$$T_2P + T_1P_2 + TP_1 = \frac{as + a's' + a''s''}{4R'}.$$

Or, le premier membre de cette égalité représente le demi-périmètre du triangle PP_1P_2, et le numérateur du second égale le double de la surface S du triangle primitif. Nous avons donc

$$p' = \frac{2S}{4R'} \text{ ou } S = 2p'R', \ (4)$$

c'est-à-dire: L'aire d'un triangle est égale au produit du rayon du cercle des neuf points par le périmètre de son triangle orthique.

55. La formule (4) combinée avec cette autre $S = pr$ donne

$$\frac{p}{p'} = \frac{2R'}{r} = \frac{R}{r}; \ (5)$$

la surface S' étant égale à $p'r'$, nous avons encore

$$\frac{S'}{S} = \frac{r'}{2R'} = \frac{r'}{R}. \ (6)$$

Les formules $S = \frac{aa'a''}{4R}$ et $S = 2p'R'$ conduisent à la relation

$$aa'a'' = 8p'RR' = 16p'R'^2 = 4p'R^2, \ (7)$$

qui exprime que le produit des trois côtés d'un triangle est égal au produit du carré du diamètre du cercle circonscrit par le demi-périmètre du triangle orthique.

[1] Pour les figures 11 et 12, voir les planches ci-annexées.

Enfin, des relations $S = \frac{aa'a''}{8R'}$, $S' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{4R'}$ et $\frac{S}{S'} = \frac{r'}{2R'}$, on déduit sans peine $\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{aa'a''} = \frac{r'}{4R'}$, (8)
et comme $aa'a'' = 4R.S$, il vient $\alpha\alpha'\alpha'' = 2r'S$

III.

56. Les droites A_2A_1, A_2P_2 et A_2A étant des sécantes du cercle des neuf points issues d'un même point A_2, on a (fig. 11)

$$A_2P \times A_2M = A_2M_1 \times A_2P_1 = A_2D_2 \times A_2P_2,$$

$$\text{ou}\quad \frac{ma}{2} = \frac{n'a'}{2} = \frac{\sigma''h''}{2} \quad \text{ou encore} \quad ma = n'a' = \sigma''h''. \ (1)$$

On trouve de même

$$m'a' = n''a'' = h\sigma \ (2) \text{ et } m''a'' = na = h'\sigma', \ (3)$$

d'où l'on tire facilement, par voie de multiplication,

$$mm'm''aa'a'' = nn'n''aa'a'' = \sigma\sigma'\sigma''hh'h''; \ (4)$$

$$\text{par suite,} \quad mm'm'' = nn'n'' \ (5) \text{ et } \frac{mm'm''}{\sigma\sigma'\sigma''} = \frac{hh'h''}{aa'a''}, \ (6)$$

Des relations (1), (2) et (3), nous déduisons, par addition,

$$ma + m'a' + m''a'' = na + n'a' + n''a'' = \sigma h + \sigma'h' + \sigma''h''; \ (7)$$

On conclut de là

$$ma - na + m'a' - n'a' + m''a'' - n''a'' = o$$

$$\text{ou} \quad (m - n)\ a + (m' - n')\ a' + (m'' - n'')\ a'' = o.$$

Remplaçant a par $m + n$, a' par $m' + n'$, a'' par $m'' + n''$ et faisant les calculs et les réductions, il vient

$$m^2 + m'^2 + m''^2 = n^2 + n'^2 + n''^2. \ (8)$$

Les égalités (5) et (8) expriment que les trois hauteurs d'un triangle déterminent sur les côtés six segments tels, que le produit de trois segments non consécutifs est égal au produit des trois autres, et que la somme des carrés des segments qui n'ont pas d'extrémité commune est égale à la somme des carrés des autres.

IV.

57. Surface du triangle orthique en fonction des côtés et de la surface du triangle primitif.
La similitude des triangles A_2HA et PP_1A conduit aux proportions

$$\frac{P_1P}{A_2H} = \frac{AP_1}{AH} = \frac{AP}{AA_2} \quad \text{ou} \quad \frac{\alpha''}{\sigma''} = \frac{m'}{\sigma} = \frac{h}{a'}. \ (1)$$

De l'égalité des deux rapports extrêmes, on tire $\alpha''a' = h\sigma''$; d'ailleurs, $ma = h''\sigma''$ (n° 56); divisant ces deux relations membre à membre, il vient

$$\frac{\alpha''a'}{ma} = \frac{h}{h''}, \text{ ou, en observant que } h = \frac{a'a''}{2R} \text{ et } h'' = \frac{aa'}{2R},$$

$$\frac{\alpha''a'}{ma} = \frac{a''}{a}, \quad \text{d'où } \alpha'' = \frac{a''m}{a'}. \ (2)$$

Or le triangle A_2AA_1 donne $\quad m = \frac{a^2 + a'^2 - a''^2}{2a}$,

$$\text{et, par conséquent,} \quad \alpha'' = \frac{a''\ (a^2 + a'^2 - a''^2)}{2aa'}.$$

On trouve de même $\alpha' = \dfrac{a'\,(a^2 + a''^2 - a'^2)}{2aa''}$ et $\alpha = \dfrac{a\,(a'^2 + a''^2 - a^2)}{2a'a''}$.

Ces formules expriment les valeurs des côtés du triangle orthique en fonction des côtés du triangle primitif.

Pour en déduire la valeur de S′, rappelons que $S' = \dfrac{\alpha\alpha'\alpha''}{4R'}$ et $S = \dfrac{aa'a''}{4R}$; par suite, $\dfrac{S'}{S} = \dfrac{2\alpha\alpha'\alpha''}{aa'a''}$ ou, en remplaçant α, α', α'' par leurs valeurs,

$$\frac{S'}{S} = \frac{2aa'a''\,(a^2 + a'^2 - a''^2)\,(a^2 + a''^2 - a'^2)\,(a'^2 + a''^2 - a^2)}{8a^3a'^3a''^3},$$

d'où $$S' = \frac{(a^2 + a'^2 - a''^2)\,(a^2 + a''^2 - a'^2)\,(a'^2 + a''^2 - a^2).\,S}{4a^2a'^2a''^2}. \quad (3)$$

58. La relation (3) permet de déterminer la valeur de r'. En effet, de l'égalité $\dfrac{S'}{S} = \dfrac{r'}{R}$ (n° 55) combinée avec (3), on tire

$$r' = \frac{R\,(a^2 + a'^2 - a''^2)\,(a^2 + a''^2 - a'^2)\,(a'^2 + a''^2 - a^2)}{4a^2a'^2a''^2}, \text{ et,}$$

comme $R = \dfrac{aa'a''}{4S}$, il vient

$$r' = \frac{(a^2 + a'^2 - a''^2)\,(a^2 + a''^2 - a'^2)\,(a'^2 + a''^2 - a^2)}{16aa'a''S}.$$

Si $A = 90^0$, $a'^2 + a''^2 - a^2 = o$ et, par conséquent, $r' = o$.

59. L'expression $\alpha'' = \dfrac{a''m}{a'}$ (n° 57) et ses analogues $\alpha' = \dfrac{m''a'}{a}$, $\alpha = \dfrac{m'a}{a''}$ fournissent, par voie de multiplication,

$$\alpha\alpha'\alpha'' = mm'm'' \text{ et, à cause de } mm'm'' = nn'n'' \text{ (n° 56),}$$
$$\alpha\alpha'\alpha'' = mm'm'' = nn'n''.$$

Donc, le produit des trois côtés du triangle orthique égale le produit des trois segments non consécutifs que les hauteurs du triangle primitif déterminent sur les côtés.

On sait que $\alpha\alpha'\alpha'' = 2r'S$ (n° 55) et, par suite, $mm'm'' = nn'n'' = 2r'S$.

V.

60. Distance du centre N du cercle des neuf points d'un triangle à l'orthocentre.

La hauteur AP (fig. 11) et le diamètre qui passe par l'orthocentre se coupant dans l'intérieur du cercle des neuf points, nous avons

$$HD \times HP = (R' + HN)\,(R' - HN), \text{ ou } \frac{\sigma s}{2} = R'^2 - \overline{HN}^2\,;$$

d'où l'on déduit, en tenant compte de l'identité $\sigma s = 4R'r'$ (N° 53),

$$2R'r' = R'^2 - \overline{HN}^2\,;$$

et, par conséquent, $$\overline{HN}^2 = R'\,(R' - 2r'). \quad (1)$$

De là le théorème:

La distance du centre du cercle des neuf points d'un triangle à l'orthocentre est moyenne proportionnelle entre le rayon du cercle des neuf points et l'excès de ce même rayon sur le double de la distance de l'orthocentre aux côtés du triangle orthique.

Scolies.

61. La distance OH de l'orthocentre H au centre O du cercle circonscrit au triangle AA_1A_2 est évidemment donnée par l'expression

$$\overline{OH}^2 = 4\overline{HN}^2 = 4R'^2 - 8R'r' = R^2 - 4Rr'. \quad (2)$$

Si le triangle est obtusangle, r' est négatif, et partant $\overline{OH}^2 = R^2 + 4Rr'$.

62. La distance du centre de gravité G du triangle AA_1A_2 au centre du cercle des neuf points est égale à $\frac{OH}{6}$ (N° 9), et puisque $OH = 2HN$, on trouve

$$\overline{GN}^2 = \frac{1}{36}\overline{OH}^2 = \frac{1}{9}R'(R' - 2r'). \quad (3)$$

VI.

63. Distance du centre du cercle circonscrit à un triangle au centre du cercle inscrit.

En appliquant le théorème du N° 60 aux triangles AA_1A_2 et EE_1E_2 (fig. 7), nous obtenons $\overline{OI}^2 = R(R - 2r)$.

Mais I et O sont les centres des cercles inscrit et circonscrit au triangle primitif AA_1A_2. Nous voyons donc que la distance du centre du cercle circonscrit à un triangle au centre du cercle inscrit est moyenne proportionnelle entre le rayon du cercle circonscrit et l'excès de ce rayon sur le diamètre du cercle inscrit.

VII.

64. Le cercle des neuf points d'un triangle obtusangle passe par les points d'intersection de la circonférence circonscrite et de la circonférence conjuguée [1]) à ce triangle (fig. 13).

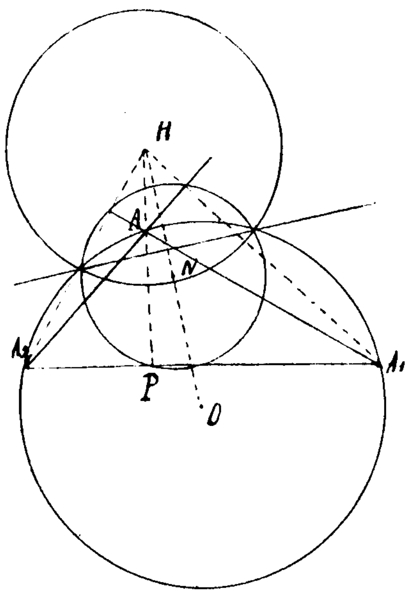


Fig. 13.

En effet, de ce que la polaire d'un point par rapport à un cercle est une ligne droite perpendiculaire au diamètre passant par le pôle, on conclut aisément que le centre du cercle conjugué au triangle AA_1A_2 se trouve sur chacune des trois perpendiculaires abaissées des sommets sur les côtés, ou que ce centre coïncide avec le point de concours H des hauteurs. D'un autre côté, de ce que le diamètre qui passe par le pôle est divisé harmoniquement par le pôle et le pied de la polaire, on déduit que le rayon $\mathfrak{R}$ du cercle conjugué est donné par la relation $\mathfrak{R}^2 = AH.\ HP$.

Or (N° 53) $AH \times HP = \sigma s = 2Rr'$, donc $\mathfrak{R}^2 = 2Rr'$.

Cela étant, prouvons d'abord que le cercle conjugué et le cercle circonscrit au triangle AA_1A_2 sont sécants. Pour cela, remarquons que, eu égard à la position de H en dehors de la circonférence circonscrite, les deux cercles ne pourraient être tangents intérieurement ou intérieurs l'un à l'autre que si le cercle H contenait le cercle O. Or, dans ce cas, le rayon $\mathfrak{R}$ du premier devrait être plus grand que le diamètre 2R du second, ce qui entraînerait $r' > 2R$.

[1]) La circonférence conjuguée à un triangle est la circonférence par rapport à laquelle chaque sommet du triangle est le pôle du côté opposé.

Si les deux cercles H et O étaient tangents extérieurement ou extérieurs l'un à l'autre, on devrait avoir

$$\mathrm{OH} \gtreqless \mathrm{R} + \mathfrak{R} \text{ ou } \mathrm{OH} \gtreqless \mathrm{R} + \sqrt{2\mathrm{R}r'} \quad \text{ou} \quad \overline{\mathrm{OH}}^2 \gtreqless \mathrm{R}^2 + 2\mathrm{R}r' + 2\mathrm{R}\sqrt{2\mathrm{R}r'}\,;$$

d'où, en remplaçant $\overline{\mathrm{OH}}^2$ par sa valeur (N° 61) $\mathrm{R}^2 + 4\mathrm{R}r'$,

$$\mathrm{R}^2 + 4\mathrm{R}r' \gtreqless \mathrm{R}^2 + 2\mathrm{R}r' + 2\mathrm{R}\sqrt{2\mathrm{R}r'}.$$

En résolvant cette inégalité, on trouverait $r' \gtreqless 2\mathrm{R}$.

Ce résultat est impossible, car OH devant toujours être plus petit (N° 47) que 3R, nous devons toujours avoir $\mathrm{R}^2 + 4\mathrm{R}r' < 9\mathrm{R}^2$, d'où $r' < 2\mathrm{R}$.

Les deux cercles se coupent donc, et comme OH ou $\sqrt{\mathrm{R}^2 + 4\mathrm{R}r'} > \mathfrak{R}$ ou $\sqrt{2\mathrm{R}r'}$, leur sécante commune tombe entre les deux centres H et O. D'ailleurs, lorsque deux cercles se coupent, leur axe radical se confond avec la sécante commune; de sorte que, pour avoir la position de cette dernière, il suffit de chercher celle de l'axe radical des deux cercles. Or, cet axe est perpendiculaire sur la ligne des centres, et sa distance D au point O est déterminée par la formule

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{R}^2 - 2\mathrm{R}r' + \overline{\mathrm{OH}}^2}{2\mathrm{OH}} = \frac{2\mathrm{R}^2 - 4\mathrm{R}r' + 2\overline{\mathrm{OH}}^2}{4\mathrm{OH}}. \quad (1)$$

La relation $\overline{\mathrm{OH}}^2 = \mathrm{R}^2 + 4\mathrm{R}r'$ donne $4\mathrm{R}r' = \overline{\mathrm{OH}}^2 - \mathrm{R}^2$; portant cette valeur de $4\mathrm{R}r'$ dans l'égalité (1) il vient

$$\mathrm{D} = \frac{3\mathrm{R}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2}{4\mathrm{OH}}.$$

D'autre part, puisque le triangle $\mathrm{AA_1A_2}$ est obtusangle, la circonférence des neuf points et la circonférence circonscrite se coupent aussi, et leur corde commune ou, ce qui revient au même, leur axe radical, perpendiculaire sur HO, passe également entre H et O à la distance $\dfrac{3\mathrm{R}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2}{4\mathrm{OH}}$ du point O (N° 47).

On voit par là que la corde commune aux cercles circonscrit et conjugué coïncide avec la corde commune au cercle circonscrit et au cercle des neuf points ; par suite, le cercle des neuf points passe par les points d'intersection des deux autres.

Remarque. De ce théorème et du N° 8, on déduit que le cercle des neuf points d'un triangle acutangle $\mathrm{AA_1A_2}$ passe par les points d'intersection des cercles circonscrit et conjugué à chacun des trois triangles $\mathrm{AHA_1}$, $\mathrm{AHA_2}$ et $\mathrm{A_1HA_2}$.

VIII.

65. Soit $\mathrm{EE_1E_2}$ (fig. 12) le triangle déterminé par les centres des cercles ex-inscrits au triangle $\mathrm{AA_1A_2}$; les perpendiculaires abaissées de I, centre du cercle inscrit dans $\mathrm{AA_1A_2}$, et des sommets E, $\mathrm{E_1}$, $\mathrm{E_2}$ sur le côté $\mathrm{A_2A_1}$ sont évidemment les rayons r, ρ, ρ', ρ'' des cercles inscrit et ex-inscrits.

Rappelons que le cercle circonscrit à AA_1A_2 est le cercle des neuf points du triangle EE_1E_2, et considérons le trapèze $E_1F_1F_2E_2$; d'après une propriété connue du cercle des neuf points, L est le milieu du côté E_1E_2 et Q celui du segment supérieur IE de la hauteur AE. La droite QL est donc un diamètre du cercle O perpendiculaire sur A_2A_1 (N° 4) et, par suite, parallèle aux bases E_2F_2 et E_1F_1 du trapèze ; il résulte de là qu'elle passe par le milieu de F_1F_2, et que $ML = \frac{E_2F_2 + E_1F_1}{2} = \frac{\rho'' + \rho'}{2}$.

D'un autre côté, $ML = OM + OL = d + R$,

donc
$$d + R = \frac{\rho' + \rho''}{2}. \tag{1}$$

On trouverait de même $d' + R = \frac{\rho + \rho''}{2}$ (2)

$$\text{et} \quad d'' + R = \frac{\rho + \rho'}{2}\ ; \tag{3}$$

en ajoutant ces trois relations membre à membre, il vient
$$d + d' + d'' + 3\,R = \rho + \rho' + \rho''. \tag{4}$$

La perpendiculaire EF suffisamment prolongée doit passer par le centre Z du cercle circonscrit au triangle EE_1E_2 (N° 5) ; EZ est donc un rayon de ce cercle et vaut 2R ; par conséquent $ZF = 2R - \rho$. Dans le trapèze IBFZ, la droite OM passe par le milieu de IZ et est parallèle aux bases IB et ZF ; elle passe donc aussi par le milieu de BF, et nous avons OM ou $d = \frac{ZF + r}{2}$ ou, en remplaçant ZF par sa valeur,
$$d = \frac{2R - \rho + r}{2} \text{ et enfin } R - d = \frac{\rho - r}{2}. \tag{5}$$

Des relations (1) et (5), on tire sans peine $2R = \frac{\rho + \rho' + \rho'' - r}{2}$

$$\text{ou} \quad \rho + \rho' + \rho'' = 4R + r\ ; \tag{6}$$

et l'égalité (4) devient, eu égard à (6),
$$d + d' + d'' + 3R = 4R + r \text{ ou } d + d' + d'' = R + r. \tag{7}$$

Les formules (6) et (7) expriment respectivement que, dans tout triangle : 1° la somme des rayons des cercles ex-inscrits est égale au rayon du cercle inscrit augmenté de quatre fois le rayon du cercle circonscrit, et 2° la somme algébrique des distances des côtés au centre du cercle circonscrit est égale à la somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit.

66. Comme $d = \frac{\sigma}{2}$, $d' = \frac{\sigma'}{2}$, $d'' = \frac{\sigma''}{2}$ (n° 6), la relation (7) devient
$$\sigma + \sigma' + \sigma'' = 2R + 2r\ ; \tag{8}$$
ce résultat peut être énoncé comme suit :

La somme algébrique des distances de l'orthocentre d'un triangle aux trois sommets est égale au diamètre du cercle circonscrit augmenté de celui du cercle inscrit.

67. On reconnaît à la seule inspection de la figure (fig. 12) que $QM = R - d$; donc, d'après (5), $QM = \frac{\rho - r}{2}$.

On obtient de même $Q_1M_1 = \frac{\rho' - r}{2}$ et $Q_2M_2 = \frac{\rho'' - r}{2}$;
en combinant ces trois relations par voie d'addition, nous trouvons

$$QM + Q_1M_1 + Q_2M_2 = \frac{\rho + \rho' + \rho'' - 3r}{2} = 2R - r.$$

On a donc le théorème:

Si, dans le cercle circonscrit à un triangle, on mène des rayons perpendiculaires sur les côtés, les portions de ces rayons comprises entre la circonférence et les côtés valent ensemble le diamètre du cercle circonscrit diminué du rayon du cercle inscrit.

68. Des deux identités $2(R + d) = 2ML$ et $2(R + d) = 2MQ$, on tire

$$2R + \sigma = 2ML \text{ et } 2R - \sigma = 2MQ,$$

d'où $2\sigma = 2ML - 2MQ$ ou $\sigma = ML - MQ$; par conséquent HP ou s est donné par l'expression:

$$s = h - \sigma = KM - ML + MQ = MQ - LK$$

IX.

69. Distances du centre du cercle inscrit dans un triangle aux centres des cercles ex-inscrits.

Le triangle rectangle LA_2Q donne $\overline{QA_2}^2 = QM \times QL = 2R(R - d)$. Or, $QA_2 = QI = \frac{IE}{2}$ (N° 40), donc $\overline{IE}^2 = 8R(R - d)$ ou, à cause de $R - d = \frac{\rho - r}{2}$

$$\overline{IE}^2 = 4R\,(\rho - r). \qquad (1)$$

On trouve pareillement $\overline{IE_1}^2 = 4R\,(\rho' - r)$ (2)

et $\overline{IE_2}^2 = 4R\,(\rho'' - r)$. (3)

Ces relations indiquent que, dans tout triangle, la distance du centre du cercle inscrit au centre de l'un quelconque des cercles ex-inscrits est moyenne proportionnelle entre le double du diamètre du cercle circonscrit et l'excès du rayon de ce cercle ex-inscrit sur le rayon du cercle inscrit.

70. Des égalités (1), (2) et (3) on tire, par addition,

$$\overline{IE}^2 + \overline{IE_1}^2 + \overline{IE_2}^2 = 4R\,(\rho + \rho' + \rho'' - 3r) = 8R\,(2R - r), \qquad (4)$$

et, par multiplication,

$$\overline{IE}^2 \times \overline{IE_1}^2 \times \overline{IE_2}^2 = 64R^3\,(\rho - r)\,(\rho' - r)\,(\rho'' - r). \qquad (5)$$

La formule (4) signifie que, dans tout triangle, la somme des carrés des distances du centre du cercle inscrit aux centres des cercles ex-inscrits, est égale au produit de quatre fois le diamètre du cercle circonscrit par l'excès de ce même diamètre sur le rayon du cercle inscrit.

71. Si l'on observe que IE, IE_1 et IE_2 peuvent aussi représenter les segments supérieurs des hauteurs du triangle EE_1E_2, R le rayon de son cercle des neuf points et r la distance de son orthocentre I aux côtés du triangle orthique AA_1A_2, la formule (4) peut encore s'énoncer comme suit:

Dans tout triangle, la somme des carrés des segments supérieurs des hauteurs est égale au produit de quatre fois le diamètre du cercle des neuf points par l'excès de ce même diamètre sur la distance de l'orthocentre aux côtés du triangle orthique.

En appliquant ce théorème au triangle primitif AA_1A_2, on trouve évidemment

$$\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 = 8R'\,(2R' - r') = 16R'^2 - 8R'r' = 4R^2 - 4Rr'. \qquad (7)$$

X.

72. **Longueurs des droites qui joignent les centres des cercles ex-inscrits.**

Désignons par c, c', c'' les longueurs des droites E_1E_2, E_2E et EE_1 ou des côtés du triangle EE_1E_2 (fig. 12); puis remarquons que A_2L est, dans le triangle rectangle $E_1A_2E_2$, la médiane correspondant à l'hypoténuse, et que conséquemment $E_1E_2 = 2A_2L$. Or, $\overline{A_2L}^2 = ML \times LQ = R(\rho' + \rho'')$, puisque $ML = \frac{\rho' + \rho''}{2}$ (N° 65);

donc $\qquad c^2 = 4R(\rho' + \rho'')$;

on obtient de même $\qquad c'^2 = 4R(\rho + \rho'')$ $\qquad (1)$

et $\qquad c''^2 = 4R(\rho + \rho')$

d'où

$$c = \sqrt{4R(\rho' + \rho'')},$$
$$c' = \sqrt{4R(\rho + \rho'')}, \qquad (2)$$
$$c'' = \sqrt{4R(\rho + \rho')}.$$

Les relations (1) conduisent, par voie d'addition, à l'identité

$$c^2 + c'^2 + c''^2 = 8R(\rho + \rho' + \rho'') = 8R(4R + r) = 32R^2 + 8Rr, \qquad (3)$$

et, par voie de multiplication, à

$$c^2c'^2c''^2 = 64R^3(\rho + \rho')(\rho + \rho'')(\rho' + \rho''). \qquad (4)$$

73. La formule (4) permet de calculer la surface Σ du triangle EE_1E_2 en fonction des rayons du cercle circonscrit et des cercles ex-inscrits au triangle primitif AA_1A_2. Pour cela, rappelons que le cercle circonscrit à AA_1A_2 est le cercle des neuf points de EE_1E_2 et que, par suite, $2R$ représente le rayon du cercle circonscrit à EE_1E_2. Nous avons donc $\Sigma = \frac{cc'c''}{8R}$ ou $\Sigma^2 = \frac{c^2c'^2c''^2}{64R^2}$, et enfin $\Sigma^2 = R(\rho + \rho')(\rho + \rho'')(\rho' + \rho'')$.

74. En ajoutant la relation (3) du N° 72 à la relation (4) du N° 70, on a

$$c^2 + c'^2 + c''^2 + \overline{IE}^2 + \overline{IE_1}^2 + \overline{IE_2}^2 = 32R^2 + 8Rr + 16R^2 - 8Rr = 48R^2,$$

ce qui exprime que la somme des carrés des six droites qui joignent deux à deux les centres des cercles inscrit et ex-inscrits vaut quarante-huit fois le rayon du cercle circonscrit.

XI.

75. **Distances des sommets d'un triangle aux centres du cercle inscrit et des cercles ex-inscrits opposés.**

On sait que le produit de deux côtés d'un triangle est égal au produit du diamètre du cercle circonscrit par la hauteur relative au troisième côté.

Nous avons prouvé, de plus (N° 8, Remarque), que la circonférence qui passe par deux des sommets d'un triangle et par l'orthocentre, est égale à la circonférence circonscrite au triangle.

En vertu de ces deux propositions, le triangle EIE_1 fournit

$$4R \times A_2I = EI \times E_1I, \text{ d'où } A_2I = \frac{EI \times E_1I}{4R}$$

ou, à cause de $EI = \sqrt{4R(\rho - r)}$ et $E_1I = \sqrt{4R(\rho' - r)}$ (N° 69),

$$A_2I = \sqrt{(\rho - r)(\rho' - r)}. \qquad (1)$$

On a de même $$A_1I = \sqrt{(\rho - r)(\rho'' - r)} \qquad (2)$$
et $$AI = \sqrt{(\rho' - r)(\rho'' - r)}. \qquad (3)$$

Des valeurs de Σ et de c, c', c'' trouvées plus haut, on déduit aisément les longueurs des droites AE, A_1E_1 et A_2E_2. En effet, AE étant la hauteur du triangle EE_1E_2 abaissée sur le côté c, on a $AE \times c = 2\Sigma$ ou $AE = \frac{2\Sigma}{c}$,

et, par suite (Nos 73 et 72),
$$AE = \frac{\sqrt{4R(\rho+\rho')(\rho+\rho'')(\rho'+\rho'')}}{\sqrt{4R(\rho'+\rho'')}} = \sqrt{(\rho+\rho')(\rho+\rho'')}; \qquad (4)$$
pareillement $A_1E_1 = \sqrt{(\rho+\rho')(\rho'+\rho'')}$ (5) et $A_2E_2 = \sqrt{(\rho+\rho'')(\rho'+\rho'')}$. (6)

76. En observant que dans la relation $A_2I = \frac{EI \times E_1I}{4R}$, A_2I peut représenter le segment inférieur de la hauteur A_2E_2, IE et IE_1 les segments supérieurs des deux autres hauteurs du triangle EE_1E_2, on obtient, en passant au triangle primitif,
$$s'' = \frac{\sigma\sigma'}{4R'} = \frac{\sigma\sigma'}{2R}; \text{ de même } s = \frac{\sigma'\sigma''}{2R} \text{ et } s' = \frac{\sigma\sigma''}{2R}.$$

XII.

77. Distances du centre du cercle circonscrit à un triangle aux centres des cercles ex-inscrits (fig. 12).

Le triangle IOE, dont OQ est une médiane, donne
$$\overline{EO}^2 = 2\overline{OQ}^2 + 2\overline{IQ}^2 - \overline{IO}^2. \qquad (1)$$
Mais $\overline{IQ}^2 = \overline{A_2Q}^2 = \frac{\overline{IE}^2}{4} = R(\rho - r)$ (No 69), $\overline{OQ}^2 = R^2$ et $\overline{IO}^2 = R^2 - 2Rr$ (No 63); la relation (1) devient donc
$$\overline{EO}^2 = 2R^2 + 2R\rho - 2Rr - R^2 + 2Rr = R^2 + 2R\rho = R(R + 2\rho). \qquad (2)$$
On trouve semblablement
$$\overline{E_1O}^2 = R(R + 2\rho') \ (3) \text{ et } \overline{E_2O}^2 = R(R + 2\rho''). \qquad (4)$$
Donc, dans un triangle, la distance du centre du cercle circonscrit au centre d'un cercle ex-inscrit, est moyenne proportionnelle entre le rayon du cercle circonscrit et la somme de ce même rayon et du diamètre du cercle ex-inscrit.

78. Additionnant les égalités (2), (3) et (4) membre à membre et tenant compte de la formule $\rho + \rho' + \rho'' = 4R + r$, il vient
$$\overline{EO}^2 + \overline{E_1O}^2 + \overline{E_2O}^2 = 3R^2 + 2R(\rho + \rho' + \rho'') = 11R^2 + 2Rr, \qquad (5)$$
et, par conséquent, $$\overline{IO}^2 + \overline{EO}^2 + \overline{E_1O}^2 + \overline{E_2O}^2 = 12R^2 = 48R'^2, \qquad (6)$$
ce qui donne le théorème:

La somme des carrés des distances du centre du cercle circonscrit à un triangle aux centres des cercles inscrit et ex-inscrits, égale douze fois le carré du rayon du cercle circonscrit ou quarante-huit fois le carré du rayon du cercle des neuf points.

79. De ce qui précède, on conclut sans peine que dans le triangle primitif AA_1A_2 (fig. 11),

$$\overline{AN}^2 + \overline{A_1N}^2 + \overline{A_2N}^2 = 11R'^2 + 2R'r'. \qquad (7)$$

En effet, il est aisé de s'assurer que les points A, A_1 et A_2 sont les centres des cercles ex-inscrits au triangle PP_1P_2 et que, par suite, la relation (5) du N° 78 est applicable à ce triangle.

XIII.

80. Valeurs des carrés des côtés d'un triangle en fonction des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits (fig. 12).

Le triangle rectangle QA_2L donne $\overline{A_2M}^2 = QM \times ML$; or, $A_2M = \frac{a}{2}$, $QM = R - d = \frac{\rho - r}{2}$ (N° 67) et $ML = R + d = \frac{\rho' + \rho''}{2}$ (N° 65) ;

donc $$\overline{A_2M}^2 \text{ ou } \frac{a^2}{4} = \frac{(\rho' + \rho'')\ (\rho - r)}{4},$$

ou $$a^2 = (\rho' + \rho'')\ (\rho - r). \qquad (1)$$

On obtient de même $$a'^2 = (\rho + \rho'')\ (\rho' - r) \qquad (2)$$

et $$a''^2 = (\rho + \rho')\ (\rho'' - r). \qquad (3)$$

Ajoutant les relations (1), (2), (3) et faisant les multiplications, il vient pour la somme des carrés des côtés

$$a^2 + a'^2 + a''^2 = 2\ (\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'') - 2r\ (\rho + \rho' + \rho'') = 2\ (\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'') - (8Rr + 2r^2). \quad (4)$$

Cette somme peut aussi être exprimée en fonction de R et de r'.

En effet, du triangle rectangle A_2MO nous tirons $\overline{A_2M}^2 + \overline{MO}^2 = R^2$ ou $a^2 + \sigma^2 = 4R^2$. On a de même $a'^2 + \sigma'^2 = 4R^2$ et $a''^2 + \sigma''^2 = 4R^2$, d'où, par addition,

$$a^2 + a'^2 + a''^2 + \sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 = 12R^2,$$

ou $$a^2 + a'^2 + a''^2 = 12R^2 - (\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2), \qquad (5)$$

et puisque $$\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 = 4R^2 - 4Rr' \text{ (N° 71)},$$

il vient $$a^2 + a'^2 + a''^2 = 8R^2 + 4Rr' = 32R'^2 + 8R'r'. \qquad (6)$$

La relation (5) nous apprend que la somme des carrés des côtés d'un triangle est égale à douze fois le carré du rayon du cercle circonscrit, moins la somme des carrés des segments supérieurs des hauteurs.

81. Si l'on ajoute, membre à membre, l'égalité $\rho + \rho' + \rho'' = 4R + r$ élevée au carré, et la relation (4) du numéro précédent mise sous la forme

$$a^2 + a'^2 + a''^2 - 2\ (\rho\rho' + \rho\rho'' - \rho'\rho'') = -8Rr - 2r^2,$$

on obtient

$$\rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 + a^2 + a'^2 + a''^2 = 16R^2 - r^2$$

ou, en faisant passer le terme $-r^2$ au premier membre

$$r^2 + \rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 + a^2 + a'^2 + a''^2 = 16R^2 = 64R'^2. \qquad (7)$$

On a ainsi le théorème :

La somme des carrés des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits augmentée de la somme des carrés des côtés du triangle, égale seize fois le carré du rayon du cercle circonscrit ou soixante-quatre fois le carré du rayon du cercle des neuf points.

Remarque.

82. Si le triangle est rectangle, $r' = o$ (N° 58) et, par suite, $a^2 + a'^2 + a''^2 = 8R^2 = 32R'^2$. (8)

Cela posé, la formule (7) se réduit à

$$r^2 + \rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 = 8R^2. \qquad (9)$$

L'égalité (9), comparée avec (8), montre que, dans un triangle rectangle, la somme des carrés des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits est égale : 1° à huit fois le carré du rayon du cercle circonscrit, 2° à la somme des carrés des côtés.

83. Valeur de r' en fonction de R, r, ρ, ρ', ρ''.

En combinant les formules (6) et (7), on trouve sans difficulté

$$8R^2 + 4Rr' = 16R^2 - (\rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 + r^2),$$

d'où $$r' = \frac{8R^2 - (\rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 + r^2)}{4R}.$$

XIV.

84. Relations entre le rayon du cercle inscrit dans un triangle et les rayons des cercles ex-inscrits.

Des valeurs $c^2 = 4R\ (\rho' + \rho'')$, $c'^2 = 4R\ (\rho + \rho'')$, $c''^2 = 4R\ (\rho + \rho')$ (N° 72)

et $a^2 = (\rho' + \rho'')\ (\rho - r)$, $a'^2 = (\rho + \rho'')\ (\rho' - r)$, $a''^2 = (\rho + \rho')\ (\rho'' - r)$ (N° 80),

nous tirons sans peine

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{4R}{\rho - r}, \quad \frac{c'^2}{a'^2} = \frac{4R}{\rho' - r} \quad \text{et} \quad \frac{c''^2}{a''^2} = \frac{4R}{\rho'' - r}.$$

Multipliant ces égalités membre à membre, on obtient

$$\frac{c^2c'^2c''^2}{a^2a'^2a''^2} = \frac{64R^3}{(\rho - r)\ (\rho' - r)\ (\rho'' - r)}.$$

Or, d'après une propriété connue (N° 55), $\dfrac{cc'c''}{aa'a''} = \dfrac{4R}{r}$,

d'où $$\left(\frac{4R}{r}\right)^2 = \frac{64R^3}{(\rho - r)\ (\rho' - r)\ (\rho'' - r)}.$$

Faisant les calculs et les réductions, il vient enfin

$$4Rr^2 = (\rho - r)\ (\rho' - r)\ (\rho'' - r).$$

En développant le second membre de (1), remplaçant $\rho + \rho' + \rho''$ par sa valeur $4R + r$ et réduisant, on a

$$\rho\rho'\rho'' - r\ (\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'') = o,$$

ou $$r = \frac{\rho\rho'\rho''}{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}. \qquad (2)$$

Cette dernière identité peut être mise sous la forme

$$\frac{1}{r} = \frac{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}{\rho\rho'\rho''},$$

d'où $$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''}. \qquad (3)$$

Donc, l'inverse du rayon du cercle inscrit dans un triangle est égal à la somme des inverses des rayons des cercles ex-inscrits.

XV.

85. Si, dans les formules (1), (2) et (3) du N° 80, nous substituons la valeur que nous venons de trouver pour r, elles deviennent, après quelques calculs et réductions,

$$a = \frac{\rho(\rho' + \rho'')}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}, \quad a' = \frac{\rho'(\rho + \rho'')}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}, \quad a'' = \frac{\rho''(\rho + \rho')}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}; \quad (1)$$

d'où, par voie d'addition,

$$a + a' + a'' = \frac{2(\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'')}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}$$

ou $\quad p = \sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}$ et $p^2 = \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''$. $\qquad$ (2)

Ainsi, le carré du demi-périmètre d'un triangle est égal à la somme des produits deux à deux des rayons des cercles ex-inscrits.

En combinant l'égalité (2) avec la relation (2) du N° précédent, nous obtenons

$$p^2 = \frac{\rho\rho'\rho''}{r}, \quad (3)$$

ce qui exprime que le carré du demi-périmètre d'un triangle est égal au produit des rayons des cercles ex-inscrits divisé par le rayon du cercle inscrit.

Cette nouvelle valeur de p et celle de r (N° 84), substituées successivement dans la formule $S = pr$, donnent respectivement

$$S = \sqrt{r\rho\rho'\rho''} \quad (4) \qquad \text{et} \qquad R = \frac{\rho\rho'\rho''}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}. \quad (5)$$

86. La relation (2) du N° 85 permet d'exprimer la somme $aa' + aa'' + a'a''$ en fonction des quantités r, ρ, ρ', ρ''.

En effet, en élevant au carré les deux membres de l'identité $a + a' + a'' = 2p$,

on a $\qquad a^2 + a'^2 + a''^2 + 2(aa' + aa'' + a'a'') = 4p^2,$

et, par suite, $\qquad 2(aa' + aa'' + a'a'') = 4p^2 - (a^2 + a'^2 + a''^2);$

remplaçant p^2 et $a^2 + a'^2 + a''^2$ par leurs valeurs respectives et réduisant, on obtient

$$aa' + aa'' + a'a'' = \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'' + r(\rho + \rho' + \rho'') = \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho'' + r\rho + r\rho' + r\rho''.$$

Donc, la somme des produits deux à deux des côtés d'un triangle vaut la somme des produits deux à deux des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits.

XVI.

87. Valeurs de ρ, ρ', ρ'' en fonction de a, a', a''.

Des égalités $a^2 = (\rho' + \rho'')(\rho - r)$ (n° 80) et $a = \dfrac{\rho(\rho' + \rho'')}{\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}$ (N° (85),

nous déduisons respectivement

$$\rho' + \rho'' = \frac{a^2}{\rho - r} \qquad \text{et} \qquad \rho' + \rho'' = \frac{a\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}}{\rho},$$

par suite

$$\frac{a^2}{\rho - r} = \frac{a}{\rho}\sqrt{\rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''};$$

d'où, en divisant les deux membres par a et tenant compte de $p=\sqrt{\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho''}$,

$$\frac{a}{\rho-r}=\frac{p}{\rho} \text{ ou } a\rho=p\rho-pr.$$

Observant que $pr=\mathrm{S}$, il vient

$$a\rho=p\rho-\mathrm{S} \quad \text{ou} \quad \mathrm{S}=(p-a)\rho.$$

On trouverait de même $\mathrm{S}=(p-a')\rho'$ et $\mathrm{S}=(p-a'')\rho''$.

Ces formules donnent de nouvelles expressions de la surface du triangle AA_1A_2; elles permettent en outre de calculer ρ, ρ', ρ'' en fonction des trois côtés.

En effet, on en tire $\rho=\frac{\mathrm{S}}{p-a}$ ou, à cause de $\mathrm{S}=\sqrt{p(p-a)(p-a')(p-a'')}$,

$$\rho=\sqrt{\frac{p(p-a')(p-a'')}{p-a}}; \text{ pareillement } \rho'=\sqrt{\frac{p(p-a)(p-a'')}{p-a'}} \text{ et } \rho''=\sqrt{\frac{p(p-a)(p-a')}{p-a''}}.$$

XVII.

88. Rayon du cercle circonscrit à un triangle en fonction des rayons des cercles ex-inscrits.

La surface Σ du triangle EE_1E_2 (fig. 12) est donnée (N° 73) par la formule

$$\Sigma^2=\mathrm{R}(\rho+\rho')(\rho+\rho'')(\rho'+\rho''). \tag{1}$$

D'autre part, on sait que l'aire d'un triangle égale le produit du rayon du cercle des neuf points par le périmètre du triangle orthique (N° 54).

Donc $\Sigma=2p\mathrm{R}$ et $\Sigma^2=4p^2\mathrm{R}^2$ ou, puisque $p^2=\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho''$,

$$\Sigma^2=4\mathrm{R}^2(\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho''). \tag{2}$$

Identifiant les relations (1) et (2), il vient

$$\mathrm{R}(\rho+\rho')(\rho+\rho'')(\rho'+\rho'')=4\mathrm{R}^2(\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho''),$$

d'où

$$\mathrm{R}=\frac{(\rho+\rho')(\rho+\rho'')(\rho'+\rho'')}{4(\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho'')}. \tag{3}$$

Remarque.

Les égalités $\Sigma=2p\mathrm{R}$ et $\mathrm{S}=pr$, divisées membre à membre, donnent

$$\frac{\Sigma}{\mathrm{S}}=\frac{2\mathrm{R}}{r}, \text{ d'où } \Sigma=\frac{2\mathrm{R}\times\mathrm{S}}{r}=\frac{aa'a''}{2r}.$$

On voit par là que la surface du triangle ayant pour sommets les centres des cercles ex-inscrits à un autre triangle, s'obtient en divisant le produit des côtés de ce dernier triangle par le diamètre du cercle y inscrit.

XVIII.

89. Valeurs des produits 1° des segments supérieurs, 2° des segments inférieurs des hauteurs d'un triangle.

Le produit $\overline{\mathrm{IE}}^2\times\overline{\mathrm{IE}_1}^2\times\overline{\mathrm{IE}_2}^2=64\mathrm{R}^3(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)$ (N° 70) devient, eu égard à la relation $(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)=4\mathrm{R}r^2$ (N° 84),

$$\overline{\mathrm{IE}}^2\times\overline{\mathrm{IE}_1}^2\times\overline{\mathrm{IE}_2}^2=256\mathrm{R}^4r^2,$$

d'où

$$\mathrm{IE}\times\mathrm{IE}_1\times\mathrm{IE}_2=16\mathrm{R}^2r; \tag{1}$$

et, par conséquent, en passant au triangle primitif AA_1A_2,

$$\sigma\sigma'\sigma''=16\mathrm{R}'^2r'=4\mathrm{R}^2r'. \tag{2}$$

Les relations (1), (2) et (3) du N° 75 donnent, par voie de multiplication,

$$AI \times A_1I \times A_2I = (\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)$$

et, par suite,

$$AI \times A_1I \times A_2I = 4Rr^2 \text{ (N° 84)}.$$

Cette formule appliquée au triangle primitif entraine

$$ss's'' = 4R'r'^2 = 2Rr'^2. \qquad (4)$$

Divisant membre à membre les égalités (2) et (4), on obtient

$$\frac{\sigma\sigma'\sigma''}{ss's''} = \frac{2R}{r'}. \qquad (5)$$

XIX.

90. Relations entre les hauteurs d'un triangle et les rayons des cercles inscrit et ex-insrits.

Le triangle AA_1A_2 donne

$$ah = 2S; \quad a'h' = 2S; \quad a''h'' = 2S; \qquad (1)$$

d'où

$$h = \frac{2S}{a} = \frac{a'a''}{2R}; \quad h' = \frac{2S}{a'} = \frac{aa''}{2R}; \quad h'' = \frac{2S}{a''} = \frac{aa'}{2R}. \qquad (2)$$

Nous avons donc

$$h + h' + h'' = \frac{aa' + aa'' + a'a''}{2R} = \frac{\rho r + \rho' r + \rho'' r + \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}{2R} \text{ (N° 86)}.$$

Des identités (1) nous déduisons

$$\frac{1}{h} = \frac{a}{2S}, \quad \frac{1}{h'} = \frac{a'}{2S}, \quad \frac{1}{h''} = \frac{a''}{2S},$$

d'où

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} = \frac{a + a' + a''}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{p}{pr} = \frac{1}{r}; \qquad (3)$$

et comme

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''},$$

on a

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{r}. \qquad (4)$$

Ainsi, la somme des inverses des hauteurs d'un triangle est égale à la somme des inverses des rayons des cercles ex-inscrits, ou à l'inverse du rayon du cercle inscrit.

Multipliant les égalités (2) membre à membre, on obtient

$$hh'h'' = \frac{8S^3}{aa'a''} = \frac{8S^3}{4R \times S} = \frac{2S^2}{R} = \frac{S^2}{R'}, \qquad (5)$$

c'est-à-dire :

Le produit des trois hauteurs d'un triangle est égal au carré de la surface divisé par le rayon du cercle des neuf points.

La formule (5) conduit à $S^2 = R'hh'h''$; (6)

d'ailleurs (N° 85),

$$S^2 = r\rho\rho'\rho'',$$

donc

$$R'hh'h'' = r\rho\rho'\rho'' \quad \text{ou} \quad \frac{hh'h''}{\rho\rho'\rho''} = \frac{r}{R'}. \qquad (7)$$

Effectuant l'addition indiquée dans le premier membre de l'égalité $\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} = \frac{1}{r}$, celle-ci se transforme en

$$\frac{hh' + hh'' + h'h''}{hh'h''} = \frac{1}{r}$$

d'où l'on tire

$$hh' + hh'' + h'h'' = \frac{hh'h''}{r} = \frac{S^2}{R'r} = 2pp' \qquad (8)$$

$$\text{et} \qquad r = \frac{hh'h''}{hh' + hh'' + h'h''}. \qquad (9)$$

91. Les relations (N° 87)

$$\rho = \frac{S}{p-a}, \qquad \rho' = \frac{S}{p-a'}, \qquad \text{et} \qquad \rho'' = \frac{S}{p-a''}$$

permettent de déterminer les hauteurs d'un triangle en fonction des **rayons** des cercles ex-inscrits. En effet, on en tire

$$\frac{1}{\rho} = \frac{p-a}{S}, \qquad \frac{1}{\rho'} = \frac{p-a'}{S} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\rho''} = \frac{p-a''}{S};$$

d'où résulte

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{p-a+p-a'}{S} = \frac{a''}{S} = \frac{2}{h''}; \qquad (10)$$

par un procédé analogue, on obtient

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho''} = \frac{2}{h'} \quad (11) \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''} = \frac{2}{h}. \qquad (12)$$

De ces formules on déduit aisément

$$h'' = \frac{2\rho\rho'}{\rho+\rho'}, \ (13) \qquad h' = \frac{2\rho\rho''}{\rho+\rho''} \ (14) \qquad \text{et} \qquad h = \frac{2\rho'\rho''}{\rho'+\rho''}. \qquad (15)$$

En vertu de l'égalité $\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{r}$ ou $\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho''}$, l'identité (10) peut être écrite sous la forme $\frac{2}{h''} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho''}$,

d'où

$$h'' = \frac{2r\rho''}{\rho''-r}; \qquad (16)$$

pareillement

$$h' = \frac{2r\rho'}{\rho'-r} \ (17) \qquad \text{et} \qquad h = \frac{2r\rho}{\rho-r}. \qquad (18)$$

Ces trois dernières relations conduisent facilement aux suivantes :

$$h - 2r = \frac{2\rho r}{\rho - r} - 2r = \frac{2r^2}{\rho - r}, \ (19) \qquad h' - 2r = \frac{2r^2}{\rho' - r} \qquad (20)$$

$$\text{et} \qquad h'' - 2r = \frac{2r^2}{\rho'' - r}. \qquad (21)$$

XX.

92. Rayons des cercles ex-inscrits à un triangle en fonction des trois hauteurs. En retranctant membre à membre les deux identités

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''} = \frac{2}{h},$$

on obtient

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''} - \frac{1}{h} \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{\rho} = \frac{hh'' + hh' - h'h''}{hh'h''},$$

$$\text{d'où} \qquad \rho = \frac{hh'h''}{hh' + hh'' - h'h''}. \qquad (1)$$

Des calculs analogues mènent à

$$\rho' = \frac{hh'h''}{hh' + h'h'' - hh''} \quad (2) \qquad \text{et à} \qquad \rho'' = \frac{hh'h''}{hh'' + h'h'' - hh'}. \qquad (3)$$

93. Surface du triangle en fonction des trois hauteurs.

Remplaçons, dans la formule $S = \sqrt{r\rho\rho'\rho''}$, les quantités r, ρ, ρ' et ρ'' par leurs valeurs respectives (Nos 90 et 92), et nous aurons

$$S = \frac{h^2h'^2h''^2}{\sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')\,(hh' + hh'' - h'h'')\,(hh' + h'h'' - hh'')\,(hh'' + h'h'' - hh')}}.$$

XXI.

94. Relations entre les hauteurs d'un triangle et leurs segments correspondants.

Les triangles A_2HA et AA_1A_2 ont même base et sont, par conséquent, entre eux comme leurs hauteurs ; donc

$$\frac{A_2HA}{AA_1A_2} = \frac{s'}{h'}; \quad \text{de même} \quad \frac{A_2HA_1}{AA_1A_2} = \frac{s}{h} \quad \text{et} \quad \frac{A_1HA}{AA_1A_2} = \frac{s''}{h''}.$$

Ajoutant ces trois proportions membre à membre, il vient

$$\frac{A_2HA + A_2HA_1 + A_1HA}{AA_1A_2} = \frac{s'}{h'} + \frac{s}{h} + \frac{s''}{h''}.$$

Or, en tenant compte des signes des aires[1], on voit que le numérateur du premier membre n'est autre chose que la surface de AA_1A_2 ; par suite, ce premier membre est égal à l'unité, et l'on a

$$\frac{s}{h} + \frac{s'}{h'} + \frac{s''}{h''} = 1.$$

En y remplaçant s, s', s'' respectivement par $h - \sigma$, $h' - \sigma'$, $h'' - \sigma''$, on en déduit aisément

$$\frac{\sigma}{h} + \frac{\sigma'}{h'} + \frac{\sigma''}{h''} = 2.$$

XXII.

Distance de l'orthocentre d'un triangle au centre du cercle inscrit.

Pour trouver cette distance, nous nous appuyons sur les lemmes suivants :

95. Dans tout triangle, la droite qui joint un sommet au point de contact du côté opposé avec le cercle ex-inscrit, passe par l'extrémité du diamètre du cercle inscrit perpendiculaire à ce côté (fig. 12).

Désignons par B, B_1, B_2 les points de contact du cercle inscrit, et par F, F_1, F_2 ceux des cercles ex-inscrits avec les côtés du triangle AA_1A_2. Pour démontrer la proposition énoncée, il suffit de faire voir que le point D où le prolongement du rayon BI rencontre la droite AF, est situé sur le cercle inscrit à AA_1A_2.

---

[1] Les aires des triangles A_2HA, A_2HA_1 et A_1HA sont considérées comme positives ou négatives, suivant que le triangle correspondant et le triangle primitif AA_1A_2 sont situés du même côté de leur base commune ou de part et d'autre.

A cet effet, remarquons que, dans le triangle AEY, le rayon B_1I est parallèle à EY et que conséquemment $\frac{AI}{AE} = \frac{r}{\rho}$. Le triangle AEF dans lequel ID est parallèle au côté EF, donne également $\frac{AI}{AE} = \frac{ID}{\rho}$; de ces deux proportions, nous concluons $ID = r$, ce qui prouve que le point B appartient au cercle inscrit.

96. Dans tout triangle, la droite qui joint le milieu d'un côté au centre du cercle inscrit, coupe la hauteur correspondant à ce côté en deux segments dont l'un, adjacent au sommet, est égal au rayon du cercle inscrit (fig. 12).

Soit T le point où la droite MI, qui unit le milieu M de A_2A_1 au centre I du cercle inscrit, rencontre la hauteur AP. Il s'agit de prouver que $AT = r$; pour cela, faisons d'abord observer que le point M est situé au milieu de BF, car $A_2B = A_1F = p - a''$; par suite, $A_2M - A_2B = A_1M - A_1F$ ou $BM = MF$. Considérons ensuite le triangle DBF; la droite MI, qui joint les milieux de deux de ses côtés, est évidemment parallèle au troisième AF, et comme AT est parallèle à DI, il s'ensuit que le quadrilatère ITAD est un parallélogramme et que $AT = ID = r$.

97. La distance du milieu M d'un côté A_2A_1 d'un triangle AA_1A_2 au point B où le cercle inscrit touche ce côté, est moyenne proportionnelle entre les distances de ce même milieu aux pieds de la hauteur AP et de la bissectrice AX de l'angle opposé (fig. 12).

En effet, menons, par les points I et A, les parallèles SV et AK à la base A_2A_1, et considérons le triangle IVQ. Comme XM est parallèle à IV, nous avons $\frac{IV}{XM} = \frac{QV}{QM}$; le triangle AKQ, dans lequel IV est parallèle à AK, donne aussi $\frac{IV}{AK} = \frac{VQ}{QK}$; d'où, en multipliant membre à membre,

$$\frac{\overline{IV}^2}{XM \times AK} = \frac{\overline{VQ}^2}{QM \times QK}. \tag{1}$$

D'ailleurs $\overline{VQ}^2 = \frac{\overline{JE}^2}{4} = \left(\frac{\rho + r}{2}\right)^2$ et $QM \times QK = MQ\,(h + MQ)$.

Puisque $QM = \frac{\rho - r}{2}$ (N° 67) et $h = \frac{2\rho r}{\rho - r}$ (N° 91, formule 18), il vient

$$QK \times QM = \left(\frac{\rho - r}{2}\right)\left(\frac{\rho - r}{2} + \frac{2\rho r}{\rho - r}\right) = \left(\frac{\rho - r}{2}\right)\frac{(\rho + r)^2}{2(\rho - r)} = \left(\frac{\rho + r}{2}\right)^2$$

On voit donc que $\overline{VQ}^2 = QK \times QM$ et que, par suite, l'égalité (1) se réduit à

$$\overline{IV}^2 = AK \times MX. \tag{2}$$

Mais $IV = BM$ et $AK = PM$, donc $\overline{BM}^2 = MP \times MX$. (3)

Scolie. — Les deux triangles rectangles AKL et QMX ont leurs côtés respectivement perpendiculaires; ils sont donc semblables et donnent

$$\frac{AK}{MQ} = \frac{LK}{XM} \quad \text{ou} \quad AK \times MX = MQ \times LK.$$

Si l'on tient compte de cette égalité, la relation (2) peut s'écrire

$$\overline{IV}^2 = MQ \times LK. \tag{4}$$

98. Déterminons maintenant la distance IH. A cet effet, remarquons que IH est l'hypoténuse

du triangle rectangle HSI et que, par conséquent, $\overline{HI}^2 = \overline{SI}^2 + \overline{SH}^2$. Or $SH = HP - SP = s - r$; il ne nous reste donc que $\overline{SI}^2$ à calculer.

La similitude des triangles TSI et IBM entraîne $\frac{SI}{BM} = \frac{TS}{IB}$;

d'où, à cause de $TS = AP - AT - SP = h - 2r$,

$$\frac{SI}{BM} = \frac{h - 2r}{r} \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{SI}^2}{\overline{MB}^2} = \frac{(h - 2r)^2}{r^2}.$$

Or $\overline{BM}^2 = \overline{IV}^2 = MQ \times LK$ et $\frac{h - 2r}{r} = \frac{2r}{\rho - r} = \frac{r}{QM}$ (N° 91, form. 19 et N° 67);

donc $\frac{\overline{SI}^2}{MQ \times LK} = \frac{r^2}{QM^2}$, d'où $\frac{\overline{SI}^2}{r^2} = \frac{LK}{QM}$; comme $LK = MQ - s$ (N° 68),

il vient $\frac{\overline{SI}^2}{r^2} = \frac{MQ - s}{MQ}$ et, par suite, $\frac{\overline{SI}^2 - r^2}{r^2} = \frac{MQ - s - MQ}{MQ} = \frac{-s}{MQ}$.

De cette dernière relation nous tirons

$$\overline{SI}^2 = r^2 - \frac{r^2 s}{MQ} = r^2 - \frac{2r^2 s}{\rho - r}. \tag{5}$$

Mais $\frac{2r^2}{\rho - r} = h - 2r$ (N° 91 form. 19),

donc

$$\overline{SI}^2 = r^2 - s(h - 2r). \tag{6}$$

Remplaçant $\overline{SH}^2$ et $\overline{SI}^2$ par leurs valeurs dans l'identité $\overline{HI}^2 = \overline{SH}^2 + \overline{SI}^2$, on trouve $\overline{HI}^2 = s^2 - 2rs + r^2 + r^2 - sh + 2rs = 2r^2 - s(h - s) = 2r^2 - s\sigma$.

Or, $s\sigma = 2Rr'$ (N° 53),

d'où

$$\overline{HI}^2 = 2r^2 - 2Rr'. \tag{7}$$

XXIII.

99. Distances de l'orthocentre d'un triangle aux centres des cercles ex-inscrits.

Du point E (fig. 12), abaissons la perpendiculaire EZ' sur la hauteur AP préalablement prolongée; le triangle rectangle HZ'E fournit l'égalité

$$\overline{HE}^2 = \overline{HZ'}^2 + \overline{Z'E}^2 = (s + \rho)^2 + \overline{Z'E}^2.$$

La similitude des deux triangles ASI et AZ'E entraîne $\frac{Z'E}{SI} = \frac{AE}{AI}$;

d'ailleurs $\frac{AE}{AI} = \frac{\rho}{r}$ (N° 95); par suite, $\frac{Z'E}{SI} = \frac{\rho}{r}$ et $\overline{Z'E}^2 = \frac{\rho^2 \times \overline{SI}^2}{r^2}$.

Mais $\overline{SI}^2 = r^2 - s\,(h - 2r) = r^2 - \frac{2sr^2}{\rho - r}$ (N° 98), et, par conséquent,

$$\overline{Z'E}^2 = \frac{\rho^2}{r^2}\left(r^2 - \frac{2sr^2}{\rho - r}\right) = \rho^2\left(1 - \frac{2s}{\rho - r}\right).$$

Portant cette valeur de $\overline{Z'E}^2$ dans la relation qui donne $\overline{HE}^2$ et développant, il vient

$$\overline{HE}^2 = s^2 + 2s\rho + \rho^2 + \rho^2 - \frac{2s\rho^2}{\rho - r} = 2\rho^2 + s^2 + 2s\rho\left(1 - \frac{\rho}{\rho - r}\right)$$
$$= 2\rho^2 + s^2 - \frac{2\rho rs}{\rho - r}.$$

En observant que $\dfrac{2\rho r}{\rho - r} = h$ (N° 91, form. 18), on a

$$\overline{HE}^2 = 2\rho^2 + s^2 - hs = 2\rho^2 - (h - s)\,s = 2\rho^2 - s\sigma,$$

ou enfin $$\overline{HE}^2 = 2\rho^2 - 2Rr'. \qquad (1)$$

On obtiendrait semblablement $$\overline{HE_1}^2 = 2\rho'^2 - 2Rr' \qquad (2)$$

et $$\overline{HE_2}^2 = 2\rho''^2 - 2Rr'. \qquad (3)$$

100. De ces trois égalités et de celle qui donne la valeur de $\overline{HI}^2$, nous concluons, par voie d'addition,

$$\overline{IH}^2 + \overline{EH}^2 + \overline{E_1H}^2 + \overline{E_2H}^2 = 2\,(r^2 + \rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2) - 8Rr'. \qquad (4)$$

Mais (N° 81), $r^2+\rho^2+\rho'^2+\rho''^2 = 16R^2 - (a^2+a'^2+a''^2)$ et $a^2 + a'^2 + a''^2 = 8R^2 + 4Rr'$ (N° 80), d'où

$$r^2 + \rho^2 + \rho'^2 + \rho''^2 = 8R^2 - 4Rr'. \qquad (5)$$

En substituant cette valeur dans l'expression (4), on trouve

$$\overline{IH}^2 + \overline{EH}^2 + \overline{E_1H}^2 + \overline{E_2H}^2 = 16R\,(R - r')$$

ou, à cause de $$\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 = 4R\,(R - r') \quad (\text{N° } 71),$$

$$\overline{IH}^2 + \overline{EH}^2 + \overline{E_1H}^2 + \overline{E_2H}^2 = 4\,(\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2).$$

Ainsi, dans tout triangle, la somme des carrés des distances de l'orthocentre aux centres des cercles inscrit et ex-inscrits, est égale à quatre fois la somme des carrés des distances de l'orthocentre aux sommets.

XXIV.

Distances du centre du cercle des neuf points aux centres des cercles inscrit et ex-inscrits.

101. La droite IN (fig. 11) étant une médiane du triangle IOH, nous avons

$$2\overline{IN}^2 = \overline{IH}^2 + \overline{IO}^2 - 2\overline{HN}^2 \qquad (1)$$

Mais $$\overline{IH}^2 = 2r^2 - 2Rr' = 2r^2 - 4R'r' \quad (\text{N° } 98),$$

$$\overline{IO}^2 = R\,(R - 2r) = 4R'^2 - 4R'r \quad (\text{N° } 63)$$

et $$\overline{HN}^2 = R'^2 - 2R'r' \quad (\text{N° } 60);$$

d'où $$2\overline{IN}^2 = 2r^2 - 4R'r + 2R'^2 = 2\,(R' - r)^2$$

$$\text{et } IN = R' - r. \qquad (2)$$

On a donc le théorème:

Le cercle des neuf points d'un triangle est tangent au cercle inscrit dans le triangle.

102. La droite[1]) EN (fig. 12) est une médiane du triangle HOE et, par conséquent,

$$2\overline{EN}^2 = \overline{EH}^2 + \overline{EO}^2 - 2\overline{HN}^2$$

Or, $$\overline{EH}^2 = 2\rho^2 - 2Rr' = 2\rho^2 - 4R'r' \quad (\text{N° } 99)$$

et $$\overline{EO}^2 = R^2 + 2R\rho = 4R'^2 + 4R'\rho \quad (\text{N° } 77);$$

donc $$2\overline{EN}^2 = 2\rho^2 + 4R'\rho + 2R'^2 = 2\,(\rho + R')^2$$

d'où $$EN = R' + \rho. \qquad (3)$$

On aurait de même $$E_1N = R' + \rho' \qquad (4)$$

et $$E_2N = R' + \rho''. \qquad (5)$$

---

[1]) Nous n'avons pas tracé les lignes EN, EH et EO, afin de ne pas nuire à la clarté de la figure.

Ces trois relations nous apprennent que le cercle des neuf points d'un triangle est tangent aux cercles ex-inscrits.

Scolie.

103. Additionnant membre à membre les égalités (2), (3), (4) et (5), il vient

$$IN + EN + E_1N + E_2N = 4R' + (\rho + \rho' + \rho'' - r) = 4R' + 4R = 6R = 12R'.$$

Conséquemment, la somme des distances du centre du cercle des neuf points d'un triangle aux centres des cercles inscrit et ex-inscrits, est égale à six fois le rayon du cercle circonscrit ou à douze fois le rayon de ce cercle des neuf points.

XXV.

104. La relation $\overline{IO}^2 = 4R'^2 - 4R'r$ devient, eu égard à $IN = R' - r$,

$$\overline{IO}^2 = 4R'(R' - r) = 4R' \times IN = 2R \times IN,$$

ce qui fait voir que, dans un triangle, la distance des centres des cercles inscrit et circonscrit est moyenne proportionnelle entre le diamètre du cercle circonscrit et la distance du centre du cercle inscrit au centre du cercle des neuf points.

En combinant pareillement les égalités $\overline{OE}^2 = 4R'(R' + \rho)$ et $EN = R' + \rho$,

on a $$\overline{OE}^2 = 4R' \times EN = 2R \times EN;$$

de même $$\overline{OE_1}^2 = 2R \times E_1N$$

et $$\overline{OE_2}^2 = 2R \times E_2N.$$

Donc, la distance qui sépare le centre du cercle circonscrit à un triangle et le centre d'un cercle ex-inscrit, est moyenne proportionnelle entre le diamètre du cercle circonscrit et la distance du centre du cercle ex-inscrit au centre du cercle des neuf points.

XXVI.

105. Le cercle des neuf points d'un triangle AA_1A_2 touche les cercles inscrits et ex-inscrits aux trois triangles AHA_1, AHA_2 et A_1HA_2 qu'on obtient en joignant l'orthocentre H aux sommets (fig. 11).

En effet, d'après une proposition connue (N° 8), le cercle des neuf points de AA_1A_2 est également le cercle des neuf points de chacun de ces trois triangles, et partant, en vertu des N^{os} 101 et 102, il est tangent aux douze cercles qu'on peut leur inscrire ou ex-inscrire.

Corollaires.

106. En appliquant ce qui précède au triangle EE_1E_2 (fig. 12), on reconnaît sans peine que le cercle circonscrit au triangle primitif AA_1A_2, touche les douze cercles inscrits ou ex-inscrits aux trois triangles EIE_1, EIE_2 et E_1IE_2; comme il est, de plus, tangent aux cercles inscrit et ex-inscrits au triangle EE_1E_2, on conclut que le cercle circonscrit à un triangle touche les seize cercles inscrits ou ex-inscrits aux quatre triangles ayant pour sommets les centres des cercles tangents aux trois côtés du premier.

107. Le cercle des neuf points du triangle AA_1A_2 étant le cercle circonscrit au triangle DD_1D_2, formé par les droites qui unissent les milieux des segments supérieurs des hauteurs, il résulte de là et du corollaire précédent qu'il est tangent aux seize cercles inscrits ou ex-inscrits aux quatre triangles ayant pour sommets les centres des cercles qui touchent les trois côtés du triangle DD_1D_2 (fig. 11).

108. Le cercle des neuf points de AA_1A_2 est encore circonscrit au triangle MM_1M_2 ayant pour sommets les milieux des côtés de AA_1A_2, donc etc. etc.

XXVII.

109. Distances du centre de gravité d'un triangle aux centres des cercles inscrit et ex-inscrits.

Soit G le centre de gravité du triangle AA_1A_2 (fig 11), et soit C la projection du point I sur HO; le triangle IHO donne

$$\overline{IH}^2 = \overline{HO}^2 + \overline{IO}^2 \mp 2OH \times OC \qquad (1)$$

$$\text{et} \quad \overline{IG}^2 = \overline{OG}^2 + \overline{IO}^2 \mp 2OG \times OC. \qquad (2)$$

De la première de ces égalités, nous tirons

$$\pm 2HO \times OC = \overline{HO}^2 + \overline{IO}^2 - \overline{IH}^2, \qquad (3)$$

et de la seconde,

$$\pm 2OG \times OC = \overline{OG}^2 + \overline{IO}^2 - \overline{IG}^2. \qquad (4)$$

Multipliant cette dernière relation par 3 et observant que $6OG = 2HO$ (N° 9), il vient

$$\pm 2HO \times OC = 3\,\overline{OG}^2 + 3\,\overline{IO}^2 - 3\,\overline{IG}^2. \qquad (5)$$

En comparant cette identité avec (3), on obtient

$$\overline{OH}^2 + \overline{IO}^2 - \overline{IH}^2 = 3\,\overline{OG}^2 + 3\,\overline{IO}^2 - 3\,\overline{IG}^2,$$

d'où $\quad 3\,\overline{IG}^2 = 3\,\overline{OG}^2 + 3\,\overline{IO}^2 - \overline{IO}^2 - \overline{OH}^2 + \overline{IH}^2 = 3\,\overline{OG}^2 + 2\,\overline{IO}^2 - \overline{OH}^2 + \overline{IH}^2,$

ou, à cause de $\quad \overline{OG}^2 = \frac{1}{9}\,\overline{OH}^2,$

$$3\,\overline{IG}^2 = \frac{1}{3}\,\overline{OH}^2 - \overline{OH}^2 + 2\,\overline{IO}^2 + \overline{IH}^2 = 2\,\overline{IO}^2 + \overline{IH}^2 - \frac{2}{3}\,\overline{OH}^2. \qquad (6)$$

Or $\qquad \overline{HO}^2 = R^2 - 4Rr', \qquad \overline{IO}^2 = R^2 - 2Rr, \qquad \overline{IH}^2 = 2r^2 - 2Rr'.$

Si l'on substitue ces valeurs dans la relation (6), on trouve, toutes réductions faites,

$$\overline{IG}^2 = \frac{4}{9}R^2 + \frac{2}{9}Rr' + \frac{2}{3}r^2 - \frac{4}{3}Rr = \frac{2}{9}R(2R + r') - \frac{2}{3}r(2R - r). \qquad (7)$$

En suivant une marche analogue, on parvient à tirer du triangle EHO

$$3\overline{EG}^2 = 2\,\overline{EO}^2 + \overline{EH}^2 - \frac{2}{3}\,\overline{OH}^2.$$

Mais $\overline{EO}^2 = R^2 + 2R\rho$ (N° 77) et $\overline{EH}^2 = 2\rho^2 - 2Rr'$ (N° 99);

par suite, $\qquad 3\,\overline{EG}^2 = \frac{4}{3}R^2 + \frac{2}{3}Rr' + 2\rho^2 + 4R\rho$

et $\qquad \overline{EG}^2 = \frac{2}{9}R(2R + r') + \frac{2}{3}\rho(2R + \rho). \qquad (8)$

On aurait de même $\qquad \overline{E_1G}^2 = \frac{2}{9}R(2R + r') + \frac{2}{3}\rho'(2R + \rho') \qquad (9)$

et $\qquad \overline{E_2G}^2 = \frac{2}{9}R(2R + r') + \frac{2}{3}\rho''(2R + \rho''). \qquad (10)$

XXVIII.

110. Bissectrices des angles d'un triangle en fonction des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits (fig. 12).

Le triangle rectangle APX, dans lequel SI est parallèle à la base, entraîne $\frac{AX}{AI}=\frac{AP}{AS}$; (1)

Or (N° 91), $AP=h=\frac{2\rho r}{\rho-r}$, $AS=h-r=\frac{2\rho r}{\rho-r}-r=\frac{r(\rho+r)}{\rho-r}$ et $AI=\sqrt{(\rho'-r)(\rho''-r)}$;

donc
$$AX=\frac{2\rho\sqrt{(\rho'-r)(\rho''-r)}}{\rho+r}. \tag{2}$$

On obtiendrait de la même manière
$$A_1X_1=\frac{2\rho'\sqrt{(\rho-r)(\rho''-r)}}{\rho'+r} \tag{3}$$

et
$$A_2X_2=\frac{2\rho''\sqrt{(\rho-r)(\rho'-r)}}{\rho''+r}. \tag{4}$$

Multipliant ces trois relations membre à membre et désignant les longueurs AX, A_1X_1, A_2X_2 par b, b', b'', on trouve
$$bb'b''=\frac{8\rho\rho'\rho''(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)}{(\rho+r)(\rho'+r)(\rho''+r)}. \tag{5}$$

111. Le même triangle APX fournit encore la proportion $\frac{IX}{AI}=\frac{SP}{AS}$ ou
$$\frac{IX}{AI}=\frac{r}{h-r}=\frac{r(\rho-r)}{r(\rho+r)}=\frac{\rho-r}{\rho+r};$$

de même
$$\frac{IX_1}{IA_1}=\frac{\rho'-r}{\rho'+r} \quad \text{et} \quad \frac{IX_2}{IA_2}=\frac{\rho''-r}{\rho''+r},$$

d'où, par multiplication
$$\frac{IX\times IX_1\times IX_2}{AI\times A_1I\times A_2I}=\frac{(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)}{(\rho+r)(\rho'+r)(\rho''+r)}$$

et, à cause de $AI\times A_1I\times A_2I=(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)$ (N° 75),
$$IX\times IX_1\times IX_2=\frac{(\rho-r)^2(\rho'-r)^2(\rho''-r)^2}{(\rho+r)(\rho'+r)(\rho''+r)}. \tag{6}$$

XXIX.

112. Relations entre les segments que les bissectrices déterminent sur les côtés d'un triangle et les rayons des cercles circonscrit, inscrit et ex-inscrits (fig. 12).

Soient μ, ν; μ', ν'; μ'', ν'' les longueurs des segments dans lesquels les pieds des bissectrices AX, A_1X_1, A_2X_2 partagent les côtés du triangle AA_1A_2. Cela posé, nous avons, en vertu d'un théorème connu,
$$\frac{\mu}{\nu}=\frac{a'}{a''}; \quad \frac{\mu'}{\nu'}=\frac{a''}{a} \quad \text{et} \quad \frac{\mu''}{\nu''}=\frac{a}{a'},$$

d'où, par multiplication,
$$\frac{\mu\mu'\mu''}{\nu\nu'\nu''}=1 \quad \text{ou} \quad \mu\mu'\mu''=\nu\nu'\nu''. \tag{1}$$

De là le théorème:

Les bissectrices intérieures d'un triangle déterminent sur les côtés six segments tels, que le produit de trois segments non contigus est égal au produit des trois autres.

Il est facile de constater que le quadrilatère A_2IA_1E est inscriptible (N° 40) et que les droites A_2A_1 et IE sont des cordes se coupant dans l'intérieur du cercle circonscrit à ce polygone.

On a donc $IX.\ XE = A_2X.\ A_1X$ ou $IX(IE - IX) = \mu\nu$

ou encore $\mu\nu = IX.\ IE - \overline{IX}^2$; (2)

mais (N° 111), $IX = \dfrac{\rho - r}{\rho + r}$. AI et, puisque $AI = \sqrt{(\rho' - r)(\rho'' - r)}$,

$$IX = \frac{\rho - r}{\rho + r}\sqrt{(\rho' - r)(\rho'' - r)}. \tag{3}$$

On a encore (N° 69) $IE = \sqrt{4R(\rho - r)}$. (4)

En substituant ces valeurs dans le produit $IX \times IE$, on obtient

$$IX.\ IE = \frac{\rho - r}{\rho + r}\sqrt{4R(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)},$$

ou, eu égard à $(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r) = 4Rr^2$ (N° 84),

$$IX.\ IE = \frac{4Rr(\rho - r)}{\rho + r}. \tag{5}$$

L'identité (2) devient partant

$$\mu\nu = \frac{4Rr(\rho - r)}{\rho + r} - \frac{(\rho - r)^2(\rho' - r)(\rho'' - r)}{(\rho + r)^2},$$

ou

$$\mu\nu = \frac{4Rr(\rho - r)}{\rho + r} - \frac{4Rr^2(\rho - r)}{(\rho + r)^2} = \frac{4Rr(\rho - r)}{(\rho + r)}\left(1 - \frac{r}{\rho + r}\right)$$

et enfin

$$\mu\nu = \frac{4Rr\rho(\rho - r)}{(\rho + r)^2}. \tag{6}$$

Des calculs analogues conduisent aux formules:

$$\mu'\nu' = \frac{4Rr\rho'(\rho' - r)}{(\rho' + r)^2} \quad (7) \qquad \text{et} \qquad \mu''\nu'' = \frac{4Rr\rho''(\rho'' - r)}{(\rho'' + r)^2}. \tag{8}$$

Si l'on multiplie membre à membre ces trois dernières relations, on trouve

$$\mu\nu\mu'\nu'\mu''\nu'' \text{ ou } \mu^2\mu'^2\mu''^2 \text{ ou } \nu^2\nu'^2\nu''^2 = \frac{64R^3r^3\rho\rho'\rho''(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)}{(\rho + r)^2(\rho' + r)^2(\rho'' + r)^2} \tag{9}$$

En tenant compte des formules connues

$$S^2 = r\rho\rho'\rho'' \qquad \text{et} \qquad 4Rr^2 = (\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)$$

on peut mettre l'égalité (9) sous la forme

$$\mu^2\mu'^2\mu''^2 \text{ ou } \nu^2\nu'^2\nu''^2 = \frac{256R^4r^4S^2}{(\rho + r)^2(\rho' + r)^2(\rho'' + r)^2},$$

d'où

$$\mu\mu'\mu'' \text{ ou } \nu\nu'\nu'' = \frac{16R^2r^2S}{(\rho + r)(\rho' + r)(\rho'' + r)} \tag{10}$$

Divisant membre à membre les relations qui donnent les valeurs de $\mu\mu'\mu''$ et de $bb'b''$, il vient

$$\frac{\mu\mu'\mu''}{bb'b''} = \frac{16R^2r^2S}{8S^2 \times 4Rr} = \frac{Rr}{2S} = \frac{Rr}{2pr} = \frac{R}{2p}.$$

Donc, les bissectrices intérieures d'un triangle coupent les côtés opposés de telle manière que le produit de trois segments non consécutifs est au produit des trois bissectrices comme le rayon du cercle circonscrit est au périmètre du triangle.

XXX.

113. De l'égalité $\frac{AX}{AI}=\frac{AP}{AS}$ du N° 110, nous déduisons immédiatement

$$\frac{AP}{AX}=\frac{AS}{AI} \text{ ou } \frac{h}{b}=\frac{h-r}{\sqrt{(\rho'-r)(\rho''-r)}};$$

mais

$$h-r=\frac{r(\rho+r)}{\rho-r}, \quad \text{d'où} \quad \frac{h}{b}=\frac{r(\rho+r)}{(\rho-r)\sqrt{\rho'-r)(\rho''-r)}}$$

et

$$\frac{h^2}{b^2}=\frac{r^2(\rho+r)^2}{(\rho-r)^2(\rho'-r)(\rho''-r)}.$$

Divisons les deux membres par h et remplaçons $(\rho-r)(\rho'-r)(\rho''-r)$ par sa valeur $4Rr^2$, nous aurons

$$\frac{h}{b^2}=\frac{r^2(\rho+r)^2}{h(\rho-r)4Rr^2}=\frac{(\rho+r)^2}{4Rh(\rho-r)},$$

ou, à cause (N° 91 form. 18) de $h(\rho-r)=2\rho r$,

$$\frac{h}{b^2}=\frac{(\rho+r)^2}{8Rr\rho}.$$

On obtiendrait de même $\frac{h'}{b'^2}=\frac{(\rho'+r)^2}{8Rr\rho'}$, et $\frac{h''}{b''^2}=\frac{(\rho''+r)^2}{8Rr\rho''}$.

Ces trois dernières relations donnent, par addition,

$$\frac{h}{b^2}+\frac{h'}{b'^2}+\frac{h''}{b''^2}=\frac{1}{8Rr}\left[\frac{(\rho+r)^2}{\rho}+\frac{(\rho'+r)^2}{\rho'}+\frac{(\rho''+r)^2}{\rho''}\right]$$

$$=\frac{1}{8Rr}\left[\rho+\rho'+\rho''+6r+r^2\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}+\frac{1}{\rho''}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{8Rr}(4R+r+6r+r=\frac{4R+8r}{8Rr},$$

ou enfin

$$\frac{h}{b^2}+\frac{h'}{b'^2}+\frac{h''}{b''^2}=\frac{1}{2r}+\frac{1}{R}=\frac{1}{2r}+\frac{1}{2R'}.$$

Ainsi, dans tout triangle, la somme des rapports des hauteurs aux carrés des bissectrices correspondantes est égale à la somme des inverses du diamètre du cercle inscrit et du diamètre du cercle des neuf points.

XXXI.

Surface du triangle qui a pour sommets les pieds des bissectrices intérieures d'un triangle AA_1A_2.

114. 1° Expression de cette surface en fonction des côtés et de la surface du triangle primitif AA_1A_2.

L'aire du triangle XX_1X_2 (fig. 12) est évidemment égale à l'aire du triangle AA_1A_2 diminuée de la somme des aires des triangles AX_1X_2, A_1XX_2 et A_2XX_1 ; or, ces trois dernières surfaces ont pour valeurs respectives:

$$\frac{1}{2}\nu''\mu' \sin A, \qquad \frac{1}{2}\nu\mu'' \sin A_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{2}\nu'\mu \sin A_2. \tag{1}$$

Des relations connues

$$\frac{\mu}{\nu} = \frac{a'}{a''}, \quad \frac{\mu'}{\nu'} = \frac{a''}{a}, \quad \frac{\mu''}{\nu''} = \frac{a}{a'}$$

on tire, en observant que $\mu + \nu = a$, $\mu' + \nu' = a'$ et $\mu'' + \nu'' = a''$,

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{aa''}{a' + a''}, & \nu' &= \frac{a'a}{a + a''}, & \nu'' &= \frac{a''a'}{a + a'}, \\ \mu &= \frac{aa'}{a' + a''}, & \mu' &= \frac{a'a''}{a + a''}, & \mu'' &= \frac{a''a}{a + a'}. \end{aligned} \qquad (2)$$

D'un autre côté, le triangle rectangle A_2MO donne $sin\ A = \frac{a}{2R}$; on trouve de même

$$sin\ A_1 = \frac{a'}{2R} \text{ et } sin\ A_2 = \frac{a''}{2R}. \qquad (3)$$

En tenant compte des expressions (1) et des égalités (2) et (3), on peut écrire:

$$\begin{aligned} \text{Surf. } XX_1X_2 &= S - \left[\frac{a'a^2a''^2}{4R(a'+a)(a'+a'')} + \frac{aa^2a''^2}{4R(a+a')(a+a'')} + \frac{a''a^2a'^2}{4R(a''+a)(a''+a')}\right] \\ &= S - \frac{aa'a''}{4R}\left[\frac{aa''}{(a'+a)(a'+a'')} + \frac{a'a''}{(a+a')(a+a'')} + \frac{aa'}{(a''+a)(a''+a')}\right] \\ &= S\left\{1 - \left[\frac{aa''}{(a'+a)(a'+a'')} + \frac{a'a''}{(a+a')(a+a'')} + \frac{aa'}{(a''+a)(a''+a')}\right]\right\} \end{aligned}$$

Faisant toutes les opérations indiquées entre accolades et réduisant, il viendra enfin

$$\text{surf. } XX_1X_2 = \frac{2S.\ aa'a''}{(a+a')(a+a'')(a'+a'')}. \qquad (4)$$

115. 2° Expression de cette surface en fonction des rayons des cercles inscrit et ex-inscrits au triangle primitif.

Si l'on observe que $S = pr$, l'identité (N° 87) $S = \rho(p - a)$ peut s'écrire $\frac{\rho - r}{\rho} = \frac{a}{p}$,

d'où $\frac{2\rho}{\rho - r} = \frac{2p}{a}$ et $\frac{2\rho - \rho + r}{\rho - r} = \frac{2p - a}{a}$, ou enfin $\frac{\rho + r}{\rho - r} = \frac{a' + a''}{a}$.

Par suite $\frac{a}{a' + a''} = \frac{\rho - r}{\rho + r}$; de même $\frac{a'}{a + a''} = \frac{\rho' - r}{\rho' + r}$ et $\frac{a''}{a + a'} = \frac{\rho'' - r}{\rho'' + r}$.

En vertu de ces égalités, la formule (4) du numéro précédent devient

$$\text{Surf. } XX_1X_2 = \frac{2S(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)}{(\rho + r)(\rho' + r)(\rho'' + r)}, \qquad (5)$$

et, puisque $S = \sqrt{r\rho\rho'\rho''}$,

$$\text{Surf. } XX_1X_2 = \frac{2(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)\sqrt{r\rho\rho'\rho''}}{(\rho + r)(\rho' + r)(\rho'' + r)}. \qquad (6)$$

Scolie.

En divisant membre à membre la relation (6) et celle qui donne la valeur de $bb'b''$ (N° 110), on obtient

$$\frac{\text{surf. } XX_1X_2}{bb'b''} = \frac{\sqrt{r\rho\rho'\rho''}}{4\rho\rho'\rho''} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{r}{\rho\rho'\rho''}} = \frac{1}{4p}, \text{ puisque } p^2 = \frac{\rho\rho'\rho''}{r} \text{ (N° 85)};$$

d'où surf. $XX_1X_2 = \frac{bb'b''}{4p}$, ce qui fait voir que, dans tout triangle, la surface du triangle qu'on obtient en joignant les pieds des bissectrices **intérieures**, est égale au produit de ces bissectrices divisé par le double du périmètre.

Les résultats obtenus jusqu'ici nous permettent d'établir facilement un certain nombre de formules trigonométriques assez intéressantes. La recherche de ces formules fera l'objet principal du chapitre qui va suivre.

CHAPITRE III.

Relations entre les fonctions trigonométriques des angles d'un triangle, d'une part, et les quantités R, r, p, S, r', p', S', d'autre part.

I.

116. Produits des *sinus*, *cosinus* etc. des angles d'un **triangle**.

L'angle A_2OM du triangle A_2MO (fig. 11) est égal à l'angle A du triangle AA_1A_2, car le premier a pour mesure l'arc A_2Q et le second, l'arc $\frac{A_2A_1}{2}$ ou l'arc A_2Q. Le triangle rectangle A_2MO donne donc

$$A_2M = A_2O \; sin \; A \quad \text{et} \quad OM = A_2O \; cos \; A\,;$$

Or,

$$A_2M = \frac{a}{2}, \quad OM = \frac{\sigma}{2} \quad \text{et} \quad A_2O = R,$$

d'où

$$\frac{a}{2} = R \; sin \; A \quad \text{et} \quad \frac{\sigma}{2} = R \; cos \; A,$$

ou

$$sin \; A = \frac{a}{2R} \quad \text{et} \quad cos \; A = \frac{\sigma}{2R}.$$

Des considérations analogues conduisent à

$$sin \; A_1 = \frac{a'}{2R}, \qquad cos \; A_1 = \frac{\sigma'}{2R},$$

$$sin \; A_2 = \frac{a''}{2R}, \qquad cos \; A_2 = \frac{\sigma''}{2R}.$$

De ces relations nous tirons, par voie de multiplication,

$$sin \; A \; sin \; A_1 \; sin \; A_2 = \frac{aa'a''}{8R^3} = \frac{4R.\,S}{8R^3} = \frac{S}{2R^2} \qquad (1)$$

et

$$cos \; A \; cos \; A_1 \; cos \; A_2 = \frac{\sigma\sigma'\sigma''}{8R^3} = \frac{4R^2r'}{8R^3} = \frac{r'}{2R} \; (\text{N}^\circ \, 89, \text{ form. } 2)\,; \qquad (2)$$

d'où

$$p'r' = 2Rp' \; cos \; A \; cos \; A_1 \; cos \; A_2,$$

ou

$$S' = 2S \; cos \; A \; cos \; A_1 \; cos \; A_2, \text{ c'est-à-dire :}$$

La surface du triangle orthique d'un triangle égale deux fois la surface de ce dernier triangle multipliée par le produit des cosinus de ses angles.

De la formule (1) on déduit

$$S = 2R^2 \; sin \; A \; sin \; A_1 \; sin \; A_2, \qquad (3)$$

ce qui indique que la surface d'un triangle est égale à deux fois le carré du rayon du cercle circonscrit multiplié par le produit des sinus des angles.

La relation (2) donne $r' = 2R \; cos \; A \; cos \; A_1 \; cos \; A_2$, (4)

ce qui montre que, dans tout triangle, la distance de l'orthocentre aux côtés du triangle orthique égale le diamètre du cercle circonscrit multiplié par le produit des cosinus des angles.

Si l'on divise membre à membre les relations (1) et (2), on obtient

$$tgA\ tgA_1\ tgA_2 = \frac{S}{Rr'} = \frac{p'R}{Rr'} = \frac{p'}{r'}, \tag{5}$$

et, par suite,
$$cotgA\ cotgA_1\ cotgA_2 = \frac{r'}{p'}. \tag{6}$$

Des identités (2) et (1), on tire encore sans difficulté

$$sécA\ sécA_1\ sécA_2 = \frac{2R}{r'} \tag{7}$$

et
$$cosécA\ cosécA_1\ cosécA_2 = \frac{2R^2}{S} = \frac{2R}{p'}. \tag{8}$$

II.

117. Sommes des sinus, des cosinus des angles d'un triangle.

On trouve :

$$sinA + sinA_1 + sinA_2 = \frac{a + a' + a''}{2R} = \frac{p}{R}; \tag{9}$$

$$cosA + cosA_1 + cosA_2 = \frac{\sigma + \sigma' + \sigma''}{2R} = \frac{2R + 2r}{2R} = 1 + \frac{r}{R}, \tag{10}$$

car
$$\sigma + \sigma' + \sigma'' = 2R + 2r \text{ (N° 66)}.$$

On voit donc que la somme des sinus des angles d'un triangle égale le rapport du demi-périmètre au rayon du cercle circonscrit, et que la somme des cosinus de ces angles vaut l'unité augmentée du rapport du rayon du cercle inscrit au rayon du cercle circonscrit.

118. Somme des tangentes des angles.

Le triangle rectangle A_2MO fournit $tgA = \frac{A_2M}{OM} = \frac{a}{\sigma}$; de même $tgA_1 = \frac{a'}{\sigma'}$ et $tgA_2 = \frac{a''}{\sigma''}$,

d'où
$$tgA + tgA_1 + tgA_2 = \frac{a}{\sigma} + \frac{a'}{\sigma'} + \frac{a''}{\sigma''}.$$

Cherchons la valeur du second membre de cette égalité. A cet effet, réduisons les fractions au même dénominateur et observons que (N° 76) $\frac{\sigma\sigma'}{2R} = s''$, $\frac{\sigma'\sigma''}{2R} = s$, $\frac{\sigma\sigma''}{2R} = s'$; nous aurons

$$\frac{a}{\sigma} + \frac{a'}{\sigma'} + \frac{a''}{\sigma''} = \frac{2R\,(as + a's' + a''s'')}{\sigma\sigma'\sigma''},$$

et, puisque $as + a's' + a''s'' = 2S$, $\quad \sigma\sigma'\sigma'' = 4R^2r$, $S = p'R$ (N° 54),

il vient
$$\frac{a}{\sigma} + \frac{a'}{\sigma'} + \frac{a''}{\sigma''} = \frac{4R.S}{4R^2r'} = \frac{S}{Rr'} = \frac{p'R}{Rr'} = \frac{p'}{r'};$$

donc
$$tgA + tgA_1 + tgA_2 = \frac{p'}{r'}, \tag{11}$$

c'est-à-dire : La somme des tangentes des angles d'un triangle est égale au demi-périmètre du triangle orthique divisé par la distance de l'orthocentre aux côtés de ce même triangle.

119. Somme des cotangentes des angles.

$$cotgA + cotgA_1 + cotgA_2 = \frac{\sigma}{a} + \frac{\sigma'}{a'} + \frac{\sigma''}{a''} = \frac{\sigma a'a'' + \sigma' aa'' + \sigma'' aa'}{aa'a''};$$

mais $$a'a'' = 2Rh,\ aa'' = 2Rh' \text{ et } aa' = 2Rh'',$$
donc $$cotg A + cotg A_1 + cotg A_2 = \frac{2R}{aa'a''}(\sigma h + \sigma' h' + \sigma'' h'').$$

Calculons maintenant la valeur de la quantité comprise entre parenthèses; à cet effet, remarquons que $h = \sigma + s$, $h' = \sigma' + s'$, $h'' = \sigma'' + s''$, et que, par suite,
$$\sigma h + \sigma' h + \sigma'' h'' = \sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 + \sigma s + \sigma' s' + \sigma'' s''.$$

Or (N° 71), $\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 = 4R^2 - 4Rr'$ et (N° 53) $\sigma s = \sigma' s' = \sigma'' s'' = 2Rr'$,
donc $$\sigma h + \sigma' h' + \sigma'' h'' = 4R^2 - 4Rr' + 6Rr' = 4R^2 + 2Rr'.$$

En tenant compte de cette dernière valeur, on peut écrire
$$cotg A + cotg A_1 + cotg A_2 = \frac{2R}{aa'a''}(4R^2 + 2Rr') = \frac{2R^2 + Rr'}{S} = \frac{2R^2 + Rr'}{p'R} = \frac{2R + r'}{p'} \quad (12)$$

La somme des cotangentes peut aussi être évaluée en fonction des côtés et de la surface du triangle. En effet, à cause de (N° 80)
$$2R^2 + Rr' = \frac{a^2 + a'^2 + a''^2}{4},$$
la formule (12) peut s'écrire
$$cotg A + cotg A_1 + cotg A_2 = \frac{a^2 + a'^2 + a''^2}{4S}. \quad (13)$$

On voit par là que la somme des cotangentes des angles d'un triangle est égale à la somme des carrés des côtés divisée par quatre fois la surface.

120. Somme des sécantes des angles.

On obtient sans peine
$$séc\ A + séc\ A_1 + séc\ A_2 = \frac{2R}{\sigma} + \frac{2R}{\sigma'} + \frac{2R}{\sigma''} = 2R\left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma'} + \frac{1}{\sigma''}\right)$$
$$= \frac{2R}{\sigma\sigma'\sigma''}(\sigma'\sigma'' + \sigma\sigma'' + \sigma\sigma').$$

Pour déterminer la valeur de $\sigma\sigma' + \sigma\sigma'' + \sigma'\sigma''$, rappelons que $\sigma + \sigma' + \sigma'' = 2R + 2r$; élevant au carré, il vient
$$\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2 + 2(\sigma\sigma' + \sigma\sigma'' + \sigma'\sigma'') = 4R^2 + 8Rr + 4r^2,$$
d'où $$\sigma\sigma' + \sigma\sigma'' + \sigma'\sigma'' = 2R^2 + 2r^2 + 4Rr - \frac{\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2}{2} = 2r^2 + 4Rr + 2Rr' \text{ (N° 71)};$$
et, par conséquent, on a, eu égard à $\sigma\sigma'\sigma'' = 4R^2r'$,
$$séc\ A + séc\ A_1 + séc\ A_2 = \frac{r^2 + 2Rr + Rr'}{Rr'}. \quad (14)$$

121. Somme des cosécantes des angles d'un triangle.

On a $$cosec\ A + cosec\ A_1 + cosec\ A_2 = \frac{2R}{a} + \frac{2R}{a'} + \frac{2R}{a''} = 2R\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} + \frac{1}{a''}\right)$$
$$= \frac{2R}{aa'a''}(aa' + aa'' + a'a'');$$

or, $\dfrac{2R}{aa'a''} = \dfrac{1}{2S}$ et (N° 86) $aa' + aa'' + a'a'' = \rho r + \rho' r + \rho'' r + \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''$,

donc $$cosec\ A + cosec\ A_1 + cosec\ A_2 = \frac{\rho r + \rho' r + \rho'' r + \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}{2S}. \quad (15)$$

III.

122. Sommes des produits deux à deux des fonctions trigonométriques.

$$\sin A \sin A_1 + \sin A \sin A_2 + \sin A_1 \sin A_2 = \frac{aa' + aa'' + a'a''}{4R^2}$$

$$= \frac{\rho r + \rho' r + \rho'' r + \rho\rho' + \rho\rho'' + \rho'\rho''}{4R^2}. \quad (16)$$

$$\cos A \cos A_1 + \cos A \cos A_2 + \cos A_1 \cos A_2 = \frac{\sigma\sigma' + \sigma\sigma'' + \sigma'\sigma''}{4R^2} = \frac{r^2 + 2Rr + Rr'}{2R^2}. \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_2 + \operatorname{tg} A_1 \operatorname{tg} A_2 = \frac{aa'}{\sigma\sigma'} + \frac{aa''}{\sigma\sigma''} + \frac{a'a''}{\sigma'\sigma''};$$

mais $$\frac{aa'}{\sigma\sigma'} = \frac{2Rh''}{2Rs''} = \frac{h''}{s''}, \quad \frac{aa''}{\sigma\sigma''} = \frac{h'}{s'} \quad \text{et} \quad \frac{a'a''}{\sigma'\sigma''} = \frac{h}{s};$$

donc $$\operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_2 + \operatorname{tg} A_1 \operatorname{tg} A_2 = \frac{h}{s} + \frac{h'}{s'} + \frac{h''}{s''}.$$

Pour trouver la valeur du second membre de cette dernière relation, considérons p. ex. le triangle $E_1F_1A_1$ (fig. 12); le parallélisme des deux droites IB et E_1F_1 entraîne

$$\frac{A_1E_1}{A_1I} = \frac{E_1F_1}{IB} = \frac{\rho'}{r};$$

de même $$\frac{AE}{AI} = \frac{\rho}{r} \quad \text{et} \quad \frac{A_2E_2}{A_2I} = \frac{\rho''}{r}, \text{ d'où, par addition,}$$

$$\frac{AE}{AI} + \frac{A_1E_1}{A_1I} + \frac{A_2E_2}{A_2I} = \frac{1}{r}(\rho + \rho' + \rho'') = \frac{4R + r}{r}.$$

Or AE, A_1E_1 et A_2E_2 peuvent être regardés comme les hauteurs du triangle EE_1E_2; AI, A_1I et A_2I comme les segments inférieurs de ces hauteurs; en passant alors au triangle primitif AA_1A_2, on trouve

$$\frac{h}{s} + \frac{h'}{s'} + \frac{h''}{s''} = \frac{4R' + r'}{r'} = \frac{2R + r'}{r'},$$

et partant il vient

$$\operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} A_2 + \operatorname{tg} A_1 \operatorname{tg} A_2 = \frac{2R + r'}{r'}. \quad (18)$$

$$\operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} A_1 + \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} A_2 + \operatorname{cotg} A_1 \operatorname{cotg} A_2 = \frac{s}{h} + \frac{s'}{h'} + \frac{s''}{h''} = 1 \text{ (N° 94)}. \quad (19)$$

$$\operatorname{séc} A \operatorname{séc} A_1 + \operatorname{séc} A \operatorname{séc} A_2 + \operatorname{séc} A_1 \operatorname{séc} A_2 = 4R^2\left(\frac{1}{\sigma\sigma'} + \frac{1}{\sigma\sigma''} + \frac{1}{\sigma'\sigma''}\right)$$

$$= \frac{4R^2(\sigma + \sigma' + \sigma'')}{\sigma\sigma'\sigma''} = \frac{4R^2(2R + 2r)}{4R^2 r'} = \frac{2R + 2r}{r'}. \quad (20)$$

$$\operatorname{coséc} A \operatorname{coséc} A_1 + \operatorname{coséc} A \operatorname{coséc} A_2 + \operatorname{coséc} A_1 \operatorname{coséc} A_2 = 4R^2\left(\frac{1}{aa'} + \frac{1}{aa''} + \frac{1}{a'a''}\right)$$

$$= \frac{4R^2}{2R}\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''}\right) = \frac{2R}{r} \text{ (N° 90)}. \quad (21)$$

IV.

123 Sommes des carrés des sinus et des cosinus des angles d'un triangle.

On a: $sin^2A + sin^2A_1 + sin^2A_2 = \frac{a^2 + a'^2 + a''^2}{4R^2} = \frac{8R^2 + 4Rr'}{4R^2} = 2 + \frac{r'}{R}$. (22)

$$cos^2A + cos^2A_1 + cos^2A_2 = \frac{\sigma^2 + \sigma'^2 + \sigma''^2}{4R^2} = \frac{4R^2 - 4Rr'}{4R^2} = 1 - \frac{r'}{R}. \quad (23)$$

124. Sommes des sinus et des cosinus des angles doubles de ceux d'un triangle.

$$sin2A + sin2A_1 + sin2A_2 = 2sinAcosA + 2sinA_1cosA_1 + 2sinA_2cosA_2 = \frac{2}{4R^2}(a\sigma + a'\sigma' + a''\sigma'').$$

On reconnaît facilement que $a\sigma + a'\sigma' + a''\sigma'' = 4S$. On a, en effet (fig. 11),

$$a.OM + a'.OM_1 + a''.OM_2 = 2S;$$

et, puisque $OM = \frac{\sigma}{2}$, $OM_1 = \frac{\sigma'}{2}$, $OM_2 = \frac{\sigma''}{2}$,

on trouve $\frac{a\sigma}{2} + \frac{a'\sigma'}{2} + \frac{a''\sigma''}{2} = 2S$ ou $a\sigma + a'\sigma' + a''\sigma'' = 4S$.

Donc $sin2A + sin2A_1 + sin2A_2 = \frac{8S}{4R^2} = \frac{2S}{R^2} = \frac{2p'}{R} = \frac{p'}{R'}$; (24)

cela prouve que la somme des sinus des angles doubles de ceux d'un triangle est égale à deux fois la surface de ce triangle divisée par le carré du rayon du cercle circonscrit, ou égale au demi-périmètre du triangle orthique divisé par le rayon du cercle circonscrit à ce même triangle orthique.

$$cos2A + cos2A_1 + cos2A_2 = cos^2A + cos^2A_1 + cos^2A_2 - (sin^2A + sin^2A_1 + sin^2A_2)$$
$$= 1 - \frac{r'}{R} - 2 - \frac{r'}{R} = -1 - \frac{2r'}{R} = -1 - \frac{r'}{R'},$$

d'où $$1 + cos\,2A + cos\,2A_1 + cos\,2A_2 = -\frac{r'}{R'}. \quad (25)$$

V.

125. Autres formules trigonométriques :

$$a\,sinA + a'\,sinA_1 + a''\,sinA_2 = \frac{a^2 + a'^2 + a''^2}{2R} = \frac{8R^2 + 4Rr'}{2R} = 4R + 2r'. \quad (25)$$

$$a\,cosA + a'\,cosA_1 + a''\,cosA_2 = \frac{a\sigma + a'\sigma' + a''\sigma''}{2R} = \frac{2S}{R}. \quad (27)$$

$$a\,cotgA + a'\,cotgA_1 + a''\,cotgA_2 = \sigma + \sigma' + \sigma'' = 2(R + r). \quad (28)$$

$$a\,s\acute{e}cA + a'\,s\acute{e}cA_1 + a''\,s\acute{e}cA_2 = 2R\left(\frac{a}{\sigma} + \frac{a'}{\sigma'} + \frac{a''}{\sigma''}\right) = \frac{2Rp'}{r} = \frac{2S}{r'}. \quad (29)$$

$$a\,cos\acute{e}cA + a'\,cos\acute{e}cA_1 + a''\,cos\acute{e}cA_2 = 6R. \quad (30)$$

VI.

126. Produits des fonctions trigonométriques des moitiés des angles d'un triangle.

Le triangle rectangle A_2BI fournit

$$sin\frac{1}{2}A_2 = \frac{r}{A_2I}, \quad cos\frac{1}{2}A_2 = \frac{p - a''}{A_2I};$$

mais (N° 75) $\quad A_2 I = \sqrt{(\rho - r)(\rho' - r)}$ $\quad$ et (N° 87) $\quad p - a'' = \frac{S}{\rho''}$,

d'où
$$\sin\frac{1}{2}A_2 = \frac{r}{\sqrt{(\rho - r)(\rho' - r)}}, \qquad \cos\frac{1}{2}A_2 = \frac{S}{\rho''\sqrt{(\rho - r)(\rho' - r)}}.$$

Ces deux dernières relations sont susceptibles des transformations suivantes: Elevons-les d'abord au carré et nous aurons
$$\sin^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{r^2}{(\rho - r)(\rho' - r)}, \qquad \cos^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{S^2}{\rho''^2(\rho' - r)(\rho - r)};$$
remarquons ensuite que
$$\frac{r^2}{(\rho - r)(\rho' - r)} = \frac{r^2(\rho'' - r)}{(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)} = \frac{r^2(\rho'' - r)}{4Rr^2} = \frac{\rho'' - r}{4R},$$
et que
$$\frac{S^2}{\rho''^2(\rho - r)(\rho' - r)} = \frac{\rho\rho'\rho'' r(\rho'' - r)}{\rho''^2(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)} = \frac{\rho\rho'\rho'' r(\rho'' - r)}{4Rr^2\rho''^2} = \frac{\rho\rho'(\rho'' - r)}{4Rr\rho''}$$

D'un autre côté, des relations connues (N° 91)
$$h'' = \frac{2\rho'' r}{\rho - r} \quad \text{et} \quad h'' = \frac{2\rho\rho'}{\rho + \rho'}$$
on déduit $\frac{\rho'\rho}{\rho + \rho'} = \frac{\rho'' r}{\rho - r}$, et, par suite, l'expression $\frac{\rho\rho'(\rho'' - r)}{4Rr\rho''}$ devient $\frac{\rho + \rho'}{4R}$.

Cela posé, nous avons finalement
$$\sin^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho'' - r}{4R} \quad \text{et} \quad \cos^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho + \rho'}{4R},$$
ou
$$\sin\frac{1}{2}A_2 = \sqrt{\frac{\rho'' - r}{4R}} \quad \text{et} \quad \cos\frac{1}{2}A_2 = \sqrt{\frac{\rho + \rho'}{4R}}.$$

On obtient de même $\sin\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\rho - r}{4R}}$, $\quad \cos\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\rho' + \rho''}{4R}}$,
$$\sin\frac{1}{2}A_1 = \sqrt{\frac{\rho' - r}{4R}}, \qquad \cos\frac{1}{2}A_1 = \sqrt{\frac{\rho + \rho''}{4R}}.$$

De là : $\sin\frac{1}{2}A \sin\frac{1}{2}A_1 \sin\frac{1}{2}A_2 = \sqrt{\frac{(\rho - r)(\rho' - r)(\rho'' - r)}{64R^3}} = \sqrt{\frac{4Rr^2}{64R^3}} = \frac{r}{4R}$, $\quad$ (31)

et $\quad \cos\frac{1}{2}A \cos\frac{1}{2}A_1 \cos\frac{1}{2}A_2 = \sqrt{\frac{(\rho + \rho')(\rho + \rho'')(\rho' + \rho'')}{64R^3}} = \frac{p}{4R}$ (N^{os} 88 et 85). $\quad$ (32)

On en tire
$$r = 4R \sin\frac{1}{2}A \sin\frac{1}{2}A_1 \sin\frac{1}{2}A_2$$
et
$$p = 4R \cos\frac{1}{2}A \cos\frac{1}{2}A_1 \cos\frac{1}{2}A_2, \qquad (33)$$
d'où
$$tg\frac{1}{2}A \; tg\frac{1}{2}A_1 \; tg\frac{1}{2}A_2 = \frac{r}{p}; \qquad (34)$$
par suite,
$$r = p \, tg\frac{1}{2}A \; tg\frac{1}{2}A_1 \; tg\frac{1}{2}A_2$$
et
$$pr \text{ ou } S = p^2 \, tg\frac{1}{2}A \; tg\frac{1}{2}A_1 \; tg\frac{1}{2}A_2. \qquad (35)$$

La relation (34) donne

$$cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_1\ cotg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{p}{r}, \tag{36}$$

d'où

$$S = pr = r^2\,cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_1\ cotg\,\frac{1}{2}A_2. \tag{37}$$

Des formules (32) et (31) nous déduisons respectivement

$$séc\,\frac{1}{2}A\ séc\,\frac{1}{2}A_1\ séc\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{4R}{p} \tag{38}$$

et

$$cosec\,\frac{1}{2}A\ cosec\,\frac{1}{2}A_1\ cosec\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{4R}{r}. \tag{39}$$

Les relations (35) et (37) expriment que la surface d'un triangle est égale au carré du demi-périmètre multiplié par le produit des tangentes des moitiés des angles, ou au carré du rayon du cercle inscrit multiplié par le produit des cotangentes des moitiés des angles.

VII.

127. Sommes des tangentes et des cotangentes des moitiés des angles d'un triangle.

Le triangle rectangle $A_2F_2E_2$ donne $tg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho''}{p}$, $cotg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{p}{\rho''}$.

En tenant compte de ces formules et de leurs analogues

$$tg\,\frac{1}{2}A = \frac{\rho}{p}, \qquad cotg\,\frac{1}{2}A = \frac{p}{\rho};$$

$$tg\,\frac{1}{2}A_1 = \frac{\rho'}{p}, \qquad cotg\,\frac{1}{2}A_1 = \frac{p}{\rho'},$$

on a:

$$tg\,\frac{1}{2}A + tg\,\frac{1}{2}A_1 + tg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho+\rho'+\rho''}{p} = \frac{4R+r}{p}\ (\text{N}^\circ\ 65), \tag{40}$$

et

$$cotg\,\frac{1}{2}A + cotg\,\frac{1}{2}A_1 + cotg\,\frac{1}{2}A_2 = p\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{\rho''}\right) = \frac{p}{r}. \tag{40bis}$$

128. Sommes des produits deux à deux des tangentes et des cotangentes des moitiés des angles.

Nous trouvons:

$$tg\,\frac{1}{2}A\,tg\,\frac{1}{2}A_1 + tg\,\frac{1}{2}A\,tg\,\frac{1}{2}A_2 + tg\,\frac{1}{2}A_1\,tg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho\rho'+\rho\rho''+\rho'\rho''}{p^2} = 1\ (\text{N}^\circ\ 85). \tag{41}$$

$$cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_1 = \frac{p^2}{\rho\rho'} = \frac{\rho\rho'\rho''}{r\rho\rho'}, \text{ à cause de } p^2 = \frac{\rho\rho'\rho''}{r};$$

donc $cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_1 = \frac{\rho''}{r}$. De même $cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho'}{r}$ et $cotg\,\frac{1}{2}A_1\ cotg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho}{r}$; par conséquent,

$$cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_1 + cotg\,\frac{1}{2}A\ cotg\,\frac{1}{2}A_2 + cotg\,\frac{1}{2}A_1\,cotg\,\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho''+\rho'+\rho}{r} = \frac{4R+r}{r} = 1 + \frac{4R}{r}. \tag{42}$$

129. Autres formules:

$$sin^2\frac{1}{2}A + sin^2\frac{1}{2}A_1 + sin^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{\rho+\rho'+\rho''-3r}{4R} = \frac{4R-2r}{4R} = 1-\frac{r}{2R}. \quad (43)$$

$$cos^2\frac{1}{2}A + cos^2\frac{1}{2}A_1 + cos^2\frac{1}{2}A_2 = \frac{2\ (\rho+\rho'+\rho'')}{4R} = \frac{8R+2r}{4R} = 2+\frac{r}{2R}. \quad (44)$$

VIII.

130. Relations des fonctions trigonométriques entre elles.

La comparaison des formules (5) et (11) fait voir que

$$tgA + tgA_1 + tgA_2 = tgA\ tgA_1\ tgA_2, \quad (45)$$

c'est-à-dire que la somme des tangentes des angles d'un triangle est égal au produit de ces tangentes.

Les relations (9) et (32) conduisent immédiatement à l'identité

$$sinA + sinA_1 + sinA_2 = 4cos\frac{1}{2}A\ cos\frac{1}{2}A_1\ cos\frac{1}{2}A_2. \quad (46)$$

Des égalités (10) et (31) on tire sans peine

$$cosA + cosA_1 + cosA_2 - 1 = 4sin\frac{1}{2}A\ sin\frac{1}{2}A_1\ sin\frac{1}{2}A_2. \quad (47)$$

En combinant (24) et (1) et observant que $\frac{S}{2R^2} = \frac{p'R}{2R^2} = \frac{p'}{2R} = \frac{p'}{4R'}$, on obtient

$$sin2A + sin2A_1 + sin2A_2 = 4sinA\ sinA_1\ sinA_2\,; \quad (48)$$

d'où, en divisant les deux membres par $sinA\ sinA_1\ sinA_2$,

$$\frac{sin2A}{sinA\ sinA_1\ sinA_2} + \frac{sin2A_1}{sinA\ sinA_1\ sinA_2} + \frac{sin2A_2}{sinA\ sinA_1\ sinA_2} = 4.$$

Remplaçant $sin2A$ par $2sinA\ cosA$, $sin2A_1$ et $sin2A_2$ par leurs valeurs analogues et simplifiant, il vient

$$\frac{cosA}{sinA_1\ sinA_2} + \frac{cosA_1}{sinA\ sinA_2} + \frac{cosA_2}{sinA\ sinA_1} = 2. \quad (49)$$

Des formules (19) et (41) nous déduisons

$$cotgA\ cotgA_1 + cotgA\ cotgA_2 + cotgA_1\ cotgA_2 = tg\frac{1}{2}A\ tg\frac{1}{2}A_1 + tg\frac{1}{2}A\ tg\frac{1}{2}A_2 + tg\frac{1}{2}A_1\ tg\frac{1}{2}A_2\,; \quad (50)$$

de (39) et (42)

$$cotg\frac{1}{2}A cotg\frac{1}{2}A_1 + cotg\frac{1}{2}A cotg\frac{1}{2}A_2 + cotg\frac{1}{2}A_1 cotg\frac{1}{2}A_2 = 1 + cos\acute{e}c\frac{1}{2}A\,cos\acute{e}c\frac{1}{2}A_1\,cos\acute{e}c\frac{1}{2}A_2. \quad (51)$$

Combinant (23) et (2), (31) et (43), il vient respectivement:

$$cos^2A + cos^2A_1 + cos^2A_2 + 2cosA\ cosA_1\ cosA_2 = 1 \quad (52)$$

et

$$sin^2\frac{1}{2}A + sin^2\frac{1}{2}A_1 + sin^2\frac{1}{2}A_2 + sin\frac{1}{2}A sin\frac{1}{2}A_1 sin\frac{1}{2}A_2 = 1, \quad (53)$$

d'où

$$cos^2A + cos^2A_1 + cos^2A_2 + 2cosA\ cosA_1\ cosA_2 = sin^2\frac{1}{2}A + sin^2\frac{1}{2}A_1 + sin^2\frac{1}{2}A_2 + 2sin\frac{1}{2}A\ sin\frac{1}{2}A_1\ sin\frac{1}{2}A_2. \quad (54)$$

Les relations (52) et (53) prouvent, la première, que la somme des carrés des cosinus des angles d'un triangle augmentée du double produit de ces mêmes cosinus égale l'unité;

la seconde, que la somme des carrés des sinus des moitiés de ces angles augmentée du double produit de ces mêmes sinus égale l'unité.

Les idendités (40^{bis}) et (36) donnent

$$cotg\frac{1}{2}A + cotg\frac{1}{2}A_1 + cotg\frac{1}{2}A_2 = cotg\frac{1}{2}A\, cotg\frac{1}{2}A_1\, cotg\frac{1}{2}A_2. \qquad (55)$$

De (2) et (25) on tire facilement

$$cos2A + cos2A_1 + cos2A_2 = -1 - 4\, cosA\, cosA_1\, cosA_2. \qquad (56)$$

En divisant les égalités (29) et (4) membre à membre, on trouve

$$\frac{sinA + sinA_1 + sinA_2}{sin2A + sin2A_1 + sin2A_2} = \frac{pR'}{p'R} = \frac{pR'}{S} = \frac{R'}{r} \qquad (57)$$

On voit donc que, dans un triangle quelconque, la somme des sinus des angles est à la somme des sinus du double de ces angles comme le rayon du cercle des neuf points est au rayon du cercle inscrit.

Des formules (27) et (1) résulte

$$a\, cosA + a'cosA_1 + a''cosA_2 = 4R\, sinA\, sinA_1\, sinA_2, \qquad (58)$$

ou, à cause de $2R\, sinA = a,\quad 2R\, sinA_1 = a',\quad 2R\, sinA_2 = a''$,

$$a\, cosA + a'cosA_1 + a''cosA_2 = 2a\, sinA_1\, sinA_2 = 2a'\, sinA\, sinA_2 = 2a''\, sinA_1\, sinA. \qquad (59)$$

IX.

131. Valeurs des expressions $\overline{OI}^2$, $\overline{OH}^2$, $\overline{IH}^2$ et IN en fonction du rayon du cercle circonscrit et des angles du triangle.

Si, dans les relations :

$$\overline{OI}^2 = R^2 - 2Rr \quad (N^o\ 63),$$
$$\overline{OH}^2 = R^2 - 4Rr' \quad (N^o\ 61),$$
$$\overline{IH}^2 = 2r^2 - 2Rr' \quad (N^o\ 98),$$
$$IN = R' - r \quad (N^o\ 101),$$

nous remplaçons r' et r par leurs valeurs respectives, savoir r' par $2R\, cosA\, cosA_1\, cosA_2$ (N° 116, form. 4) et r par $4R\, sin\frac{1}{2}A\, sin\frac{1}{2}A_1\, sin\frac{1}{2}A_2$ (N° 126, form. 31), nous aurons :

$$\overline{OI}^2 = R^2\left(1 - 8\, sin\frac{1}{2}A\, sin\frac{1}{2}A_1\, sin\frac{1}{2}A_2\right);$$
$$\overline{OH}^2 = R^2(1 - 8\, cosA\, cosA_1\, cosA_2);$$
$$\overline{IH}^2 = 4R^2\left(8\, sin^2\frac{1}{2}A\, sin^2\frac{1}{2}A_1\, sin^2\frac{1}{2}A_2 - cosA\, cosA_1\, cosA_2\right);$$
$$IN = \frac{R}{2}\left(1 - 8\, sin\frac{A}{2}\, sin\frac{A_1}{2}\, sin\frac{A_2}{2}\right).$$

X.

132. Surface du triangle qui a pour sommets les points de contact du cercle inscrit dans le triangle primitif AA_1A_2 avec les côtés de ce triangle.

Soient (fig. 12) B, B_1, B_2 ces points de contact; le triangle BB_1B_2 équivaut évidemment à la somme des trois triangles BIB_1, BIB_2 et B_1IB_2. Or, on sait que la surface d'un triangle est égale à la moitié du produit de deux côtés multipliée par le sinus de l'angle compris; par suite,

$$\text{surf. } B_1IB_2 = \frac{1}{2}r^2 sin(180^\circ - A) = \frac{1}{2}r^2 sinA\,;$$

de même

$$\text{surf. } BIB_1 = \frac{1}{2}r^2 sinA_2 \quad \text{et} \quad \text{surf. } BIB_2 = \frac{1}{2}r^2 sinA_1,$$

d'où, en désignant par T l'aire de BB_1B_2,

$$T = \frac{1}{2}r^2(sinA + sinA_1 + sinA_2) = \frac{r^2p}{2R} = \frac{r.S}{2R} = \frac{rp'R}{2R} = \frac{rp'}{2}.$$

L'aire du triangle proposé est donc égale à la moitié du produit du rayon du cercle inscrit dans le triangle primitif par le demi-périmètre du triangle orthique.

133. Scolie.

L'aire Σ (N° 88) du triangle EE_1E_2 est donnée par $\Sigma = 2pR$, donc

$$\Sigma \times T = \frac{2pR \times r.S}{2R} = pr.S = S^2 \quad \text{ou} \quad S^2 = T \times \Sigma.$$

L'aire d'un triangle quelconque est donc moyenne proportionnelle entre l'aire du triangle déterminé par les centres des cercles ex-inscrits et celle du triangle qu'on obtient en joignant les points de contact du cercle inscrit.

Luxembourg, le 10 juin 1901.

Dr N. SCHMIT.

Fig. 11.

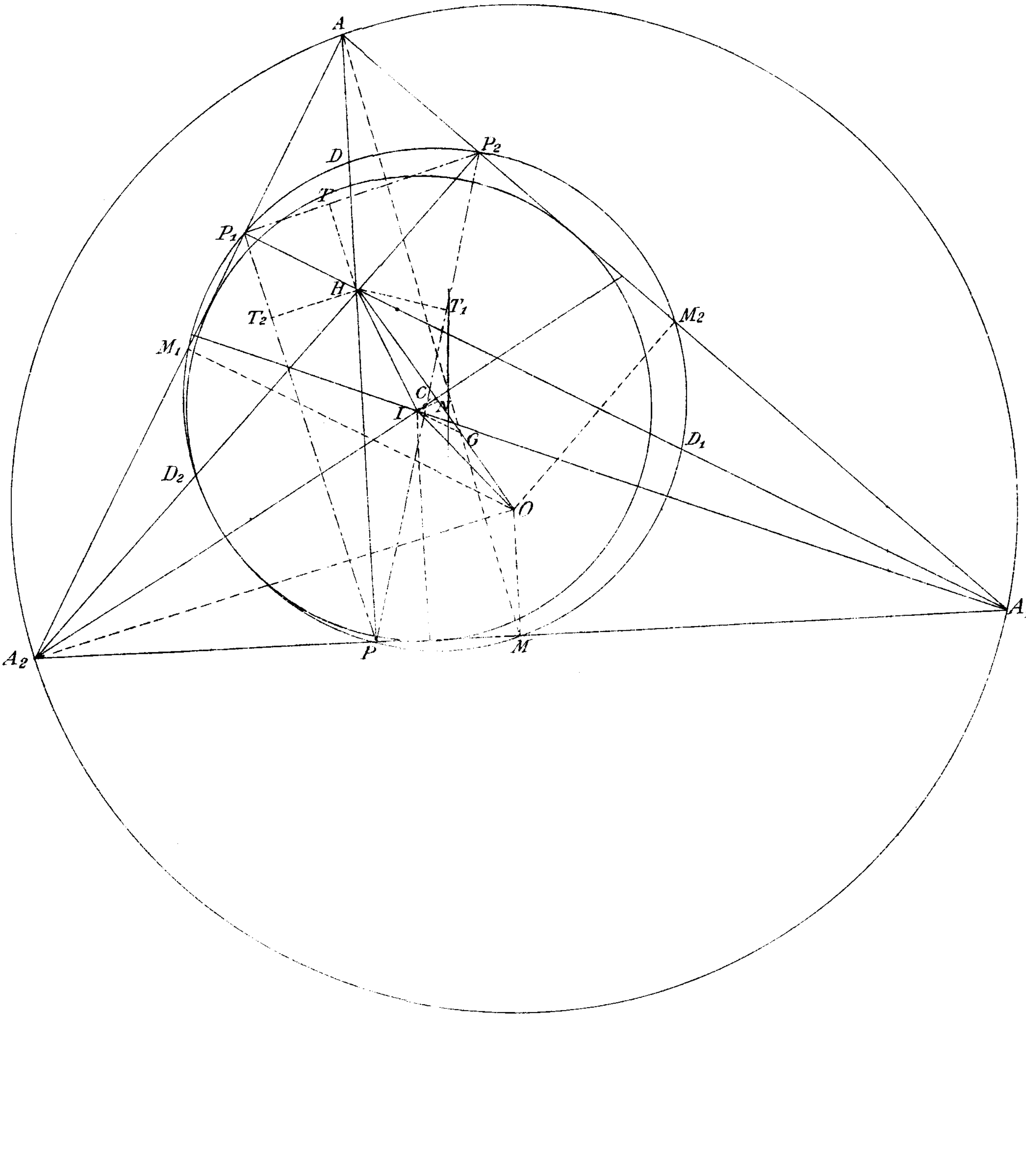
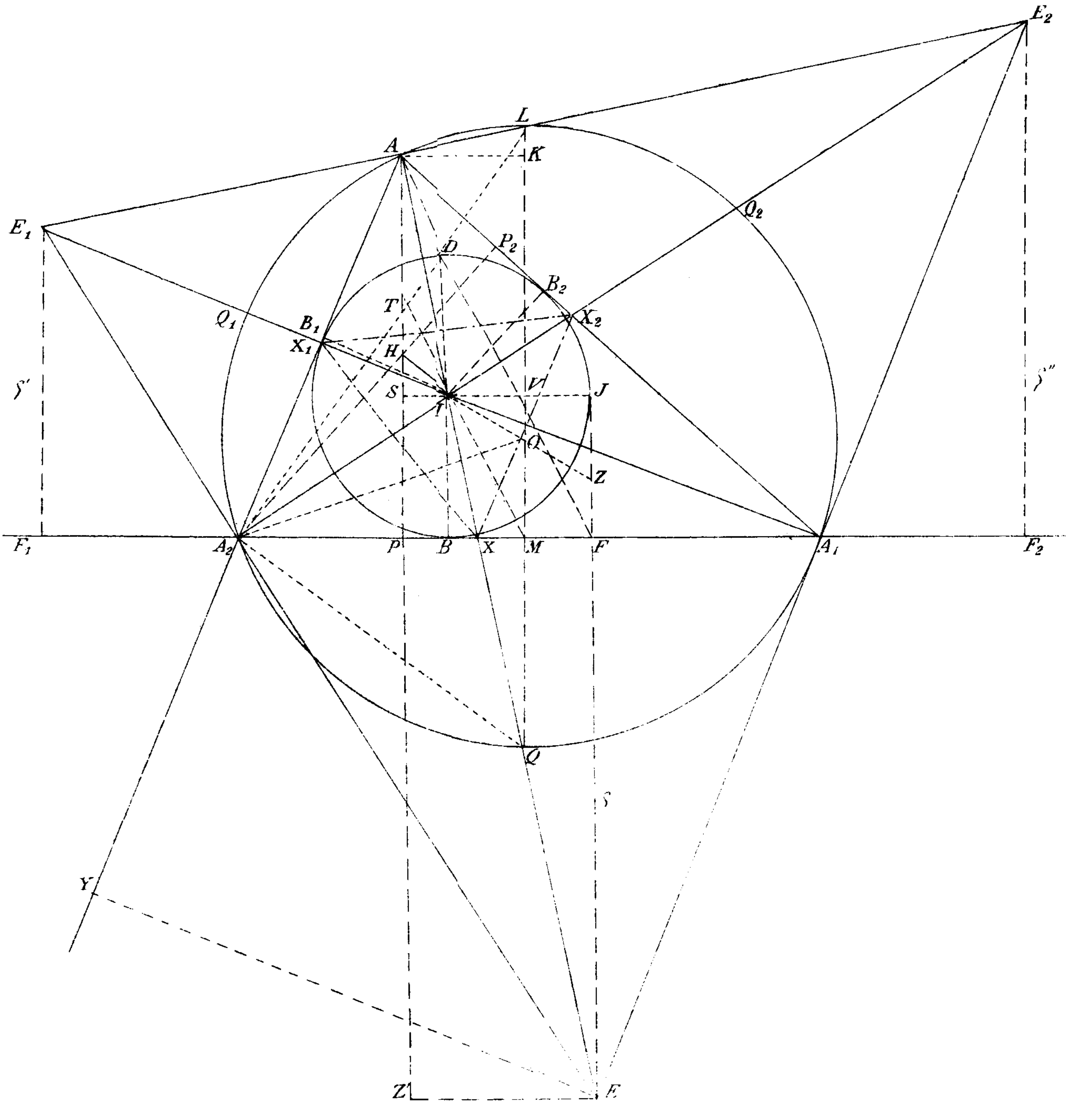


Fig. 12.



Lehrplan
für das Schuljahr 1901—1902.

PROGRAMME DES COURS
pour l'année scolaire 1901—1902.

Vorbereitungsklasse. — CLASSE PRÉPARATOIRE.

Religionslehre. 2 Stunden. — a) Diöcesankatechismus, Kapitel 1—22 einschl. 1. Tertial: Unterricht 1—8; 2. Tertial: Unterricht 9-16; 3. Tertial: Unterricht 17—22. — b) Biblische Geschichte des A. T. nach dem Handbuche von J. Schuster. 1. Tertial: Kapitel 1—29; 2. Tertial: Kapitel 30—64; 3. Tertial: Kapitel 65 bis zu Ende.

Deutsche Sprache. 4 St. — a) Grammatik. 1 St. 1. Tertial: Wortarten, flektierbare und unflektierbare Wörter, Satzlehre; 2. Tertial: Rechtschreibung nach Wilmanns deutscher Schulgrammatik, 1. Teil (Berlin, Weidmann); 3. Tertial: Laut, Silbe, Ton; Wortschatz, nach Wilmanns deutscher Schulgrammatik, 2. Teil; Wiederholung. — b) Leseübungen; Erklärung, mündliches Nacherzählen gelesener Stücke und Memorieren. 3 St. Handbuch: Deutsches Lesebuch für Gymnasien von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 1. Bd., letzte Ausgabe, Wien, Manz'sche Buchhandlung. — Leichte Aufsätze; eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Französische Sprache. 8 St. — a) Grammatik, 3 St. Die Hauptregeln der Formenlehre. 1. Tertial: Formenlehre: Substantiv, Artikel, Adjektiv, Adverb, Fürwort; 2. Tertial: Die Hilfsverben, die regelmäßigen Verben, die unregelmäßigen Verben; 3. Tertial: Die hauptsächlichsten syntaktischen Regeln; Wiederholung. Handbuch: Grammaire française, par A. Chassang & Humbert. Cours élémentaire. Paris. Garnier frères, éditeurs, dernière édition. Übungen im Übersetzen. Handbücher: Plœtz-Kares, Kurzer Lehrgang der französischen Sprache; Elementar-

Doctrine chrétienne. 2 h. — *a*) Catéchisme diocésain, chapitres 1—22 incl. 1er *trimestre*: chapitres 1 8; 2me *trimestre*: chapitres 9-16; 3m *trimestre*: chapitres 17—22. — *b*) Histoire sainte: l'ancien testament, d'après le manuel de Schuster. 1er *trimestre*: chapitres 1-29; 2me *trimestre*: chapitres 30—64; 3me *trimestre*: chapitres 65 jusqu'à la fin.

Langue allemande 4 h. — *a*) Cours de grammaire, 1 h. 1er *trimestre*: parties du discours, mots variables et invariables, propositions; 2me *trimestre*: orthographe, d'après le manuel de Wilmanns. Deutsche Schulgrammatik, 1re partie; 3me *trimestre*: sons, syllabes, formation des mots, d'après le manuel de Wilmanns, 2me partie; répétition. — *b*) Lecture à haute voix; explication et reproduction orale de morceaux choisis; exercices de mémoire. 3 h. Livre de lecture: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 1er vol., dernière édition. Wien, Manz'sche Buchhandlung. — Rédactions faciles; un devoir par semaine.

Langue française. 8 h. — *a*) Cours de grammaire, 3 h. Les principales règles de la lexicologie. 1er *trimestre*: la lexicologie du nom, de l'article, de l'adjectif, de l'adverbe et du pronom; 2me *trimestre*: Les verbes auxiliaires, les verbes réguliers et les verbes irréguliers; 3me *trimestre*: Les éléments de la syntaxe: répétition générale. Manuel: Grammaire française, par A. Chassang & Humbert. Cours élémentaire. Paris, Garnier frères, éditeurs: dernière édition. Exercices de traduction; manuels: Plœtz-Kares, Kurzer Lehrgang der französischen buch. Herbig, Berlin*)— b) Leseübungen. 5. St. Erklärung ausgewählter Stücke und Konversationsübungen besonders anläßlich der Klassenlektüre und der Kontrolle der Privatlektüre. Handbuch: Lebaigue, le Livre de l'école; cours élémentaire. Belin, Paris. Praktische Konversationsübungen, von Zahn, 1. Teil. — c) Privatlektüre. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Lateinische Sprache. 7 St. Formenlehre bis zu den verba deponentia, mit Ausschluß der Deklination der griechischen Wörter, der pluralia tantum, der defectiva casibus, der abundantia, der pronomina indefinita, der numeralia distributiva, der adverbia numeralia und der andern Schwierigkeiten und Unregelmäßigkeiten der Formenlehre. 1. Tertial: Das Substantiv, 1., 2. und 3. Deklination. 2. Tertial: 3., 4. und 5. Deklination; das Adjektiv; 3. Tertial: Das Zeitwort, das Zahlwort, das Fürwort; Wiederholung. Handbuch: Ellendt-Seyffert, latein. Grammatik, letzte Aufl. Übungen im Übersetzen. Handbuch: F. Spieß, Übungsbuch zum Übersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche; erste Abteilung, Sexta, Ausgabe, A. Essen. Verlag von Bädeker. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Arithmetik. 2 St. 1. Tertial: Die Grundregeln der gesprochenen und der geschriebenen Numeration; die Dezimalbrüche; Maße und Gewichte; 2. Tertial: Die vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen und mit Dezimalbrüchen; zahlreiche Übungen. 3. Tertial: Die wichtigsten Kennzeichen der Teilbarkeit der Zahlen; die vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen; Regel-de-tri; Wiederholung. Handbuch: Traité d'Arithmétique théorique et pratique, par Mesnard, dernière édition. Belin, Paris.

Geschichte. 2 St. Die Hauptthatsachen aus der alten Geschichte der Völker des Orients; die Griechen und Römer. 1. Tertial: Die Hauptvölker des Orients; die Griechen (bis zu den Perserkriegen); 2. Tertial: Die Griechen (Fortsetzung u. Schluß); die Römer (bis zu den punischen Kriegen); 3. Tertial: Die Römer (bis zum Untergang des abendländischen Reiches). Handbuch: Welter, Auszug.

Geographie. 1 St. Das Allgemeinste aus der mathematischen, physikalischen und politischen Geographie; Geographie der fünf Weltteile im allgemeinen; das Großherzogtum Luxemburg. 1. Tertial: Die

*) Ulrich, Übungsbuch zum Übersetzen aus dem Deutschen in's Französische, Neumann, Leipzig.

Sprache; Elementarbuch. Herbig, Berlin.*)— *b*) Lecture à haute voix. 5 h. Explication de morceaux choisis et exercices de conversation, notamment à l'occasion de la lecture en classe et du contrôle de la lecture privée. Manuel: Lebaigue, le Livre de l'école; cours élémentaire. Belin, Paris. Cours pratique de conversation, par M. Zahn, 1re partie. — *c*) Lecture privée. — Un devoir par semaine.

Langue latine. 7 h. La lexicologie jusqu'aux verbes déponents, à l'exclusion de la déclinaison des mots grecs, des pluralia tantum, des defectiva casibus, des abundantia, des pronoms indéfinis, des nombres distributifs et multiplicatifs ainsi que des autres difficultés et irrégularités de la lexicologie. 1er *trimestre*: Le substantif, 1re, 2me et 3me déclinaison; 2me *trimestre*: 3me, 4me et 5me déclinaison; l'adjectif; 3me *trimestre*: Les verbes, les adjectifs numéraux, les pronoms; répétition. Manuel: Grammaire d'Ellendt-Seyffert, dernière édition. Exercices de traduction. Manuel de F. Spiess, Übungsbuch zum Übersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche; erste Abteilung, Sexta, Ausgabe A Essen. Verlag von Bædeker. Un devoir par semaine.

Arithmétique. 2 h 1er *trimestre*: Les principes de la numération parlée et de la numération écrite; les fractions décimales; le système métrique; 2me *trimestre*: Les règles générales des quatre opérations sur les nombres entiers et les fractions décimales; nombreuses applications; 3me *trimestre*: Caractères de divisibilité les plus importants; les opérations sur les fractions ordinaires; règle de trois; répétition. Manuel: Traité d'arithmétique théorique et pratique, par Mesnard, dernière édition. Belin, Paris.

Histoire. 2 h. Histoire élémentaire des peuples de l'Orient, des Grecs et des Romains. 1er *trimestre*: Les principaux peuples de l'Orient; l'histoire des Grecs (jusqu'aux guerres médiques); 2me *trimestre*: Les Grecs (suite et fin), l'histoire des Romains (jusqu'aux guerres puniques); 3me *trimestre*: L'histoire des Romains (jusqu'à la chute de l'Empire d'Occident). Manuel: Welter, Auszug.

Géographie. 1 h. Notions générales de géographie physique, mathématique et politique; géographie générale des cinq parties du monde; le Gr.-D de Luxembourg. 1er *trimestre*: Les notions

*) Ulrich, Uebungsbuch zum Uebersetzen aus dem Deutschen in's Französische. Neumann, Leipzig.

Vorbegriffe; das Großherzogtum Luxemburg; 2. Tertial: Europa; 3. Tertial: Die übrigen Weltteile. Handbücher: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe A, und A. Herchen, Geographie des Luxemburger Landes.

Zeichnen. 2 St. Die ersten Elemente des Freihandzeichnens.

Turnen. 2 St.

Singen. 2 St. Wahlfreies Fach. Handbuch von L. Menager: Elementar-Solfeggien-Unterricht für Gesang- und Musikschüler.

les plus indispensables de la géographie; le Gr.-D. de Luxembourg. 2me *trimestre*: l'Europe; 3me *trimestre*: Les autres parties du monde. Manuels: Seydlitz, Schulgeographie, édition A, et Géographie nationale, par A. Herchen.

Dessin. 2 h. Les premiers éléments du dessin à main levée.

Gymnastique. 2 h.

Chant. 2 h. Cours facultatif. Manuel: L. Menager, Elementar-Solfeggien-Unterricht für Gesang- und Musikschüler.

VI. Klasse. — VIme CLASSE.

Religionslehre. 2 St. — a) Diöcesan-Katechismus, Kapitel 23—33 einschl. 1. Tertial: Kapitel 23—27; 2. Tertial: Kapitel 28—30; 3. Tertial: Kapitel 31—33. — b) Die bibl. Geschichte des N. T. nach dem Handbuche von J. Schuster. 1. Tertial: Kapitel 1—25; 2. Tertial: Kapitel 26—63; 3. Tertial: Kapitel 64—97.

Deutsche Sprache. 4 St. — a) Grammatik. 1 St.: 1. Tertial: Wiederholung: Laut, Silbe, Ton; Wortschatz; die Flexion; 2. Tertial: Satzlehre: der nackte einfache und der erweiterte Satz; 3. Tertial: Der zusammengesetzte Satz; Wiederholung. Handbuch: Wilmanns deutsche Schulgrammatik, 2. Teil. — b) Lesen, Erklären und Deklamieren ausgewählter Stücke: 3 St. Wiedergeben und Nachbilden gelesener Stücke, mündlich und schriftlich. Lesebuch: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 2. Bd. letzte Ausgabe. — Eine schriftliche Hausarbeit alle vierzehn Tage.

Französische Sprache. 8 St. — a) Grammatik, 2 St. Vollständige Formenlehre. 1. Tertial: Die Hilfsverben, die regelmäßigen Zeitwörter und die unregelmäßigen Zeitwörter der zwei ersten Konjugationen; 2. Tertial: Die unregelmäßigen Zeitwörter der 3. und 4. Konjugation; ausführliche Formenlehre des Substantivs und des Artikels; 3. Tertial: Ausführliche Formenlehre des Adjektivs und Fürworts; die unveränderlichen Redeteile. Wiederholung. Handbuch: A. Chassang, Nouvelle grammaire française, modifiée par L. Humbert et Ch. Rinn, cours supérieur, dernière édition. Übungen im Übersetzen. Handbuch: Plötz-Kares, Kurzer Lehrgang der französischen Sprache. Heft I (Abschluß der Formenlehre). — b) Lese-, Sprech-, Memorier- und Konversations-

Doctrine chrétienne. 3 h. — *a*) Catéchisme diocésain, chapitres 23—33 incl. 1er *trimestre*: chapitres 23—27; 2me *trimestre*: chapitres 28—30; 3me *trimestre*: chapitres 31—33. — *b*) Histoire sainte: le nouveau testament, d'après le manuel de Schuster. 1er *trimestre*: chapitres 1—25; 2me *trimestre*: chapitres 26—63; 3me *trimestre*: chapitres 64—97.

Langue allemande. 4 h. — *a*) Grammaire 1 h. 1er *trimestre*: Répétition: sons, syllabes, formation des mots; déclinaison et conjugaison; 2me *trimestre*: syntaxe: proposition simple; 3me *trimestre*: proposition composée; répétition. Manuel: Wilmanns deutsche Schulgrammatik, 2e partie. — *b*) Exercices de lecture. 3 h.: explication et récitation de morceaux choisis; reproduction orale et écrite de morceaux expliqués Livre de lecture: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, par Dr. K. J. Kummer et Dr. K. Stejskal, 2me vol., dernière édition. — Une rédaction par quinzaine.

Langue française. 8 h. — *a*) Grammaire. 2 h. La lexicologie complète. 1er *trimestre*: les verbes auxiliaires, les verbes réguliers et les verbes irréguliers des deux premières conjugaisons; 2me *trimestre*: les verbes irréguliers de la 3me et de la 4me conjugaison, la lexicologie complète du nom et de l'article; 3me *trimestre*: la lexicologie complète de l'adjectif et du pronom; les mots invariables; répétition. Manuel: A. Chassang, Nouvelle grammaire française, modifiée par L. Humbert et Ch. Rinn, cours supérieur, dernière édition. Exercices de traduction. Manuel: Plœtz-Kares, Kurzer Lehrgang der französischen Sprache, Heft I (Abschluss der Formenlehre). — *b*) Lecture à haute voix; exercices de conversation et de mémoire. 6 h. Manuel: Merlet, Extraits des classiques français;

übungen, 6 St. Handbuch: Merlet, Extraits des classiques français, cours élémentaire. Ch Fouraut et fils, Paris. Praktische Konversationsübungen, von Zahn, 2. Teil. c) Privatlektüre. – Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Lateinische Sprache. 7 St. — a) Grammatik. 3 St. Vollständige Formenlehre. 1. Tertial: Wiederholung der regelmäßigen Konjugationen und der unregelmäßigen Verben der 1. Konjugation; 2. Tertial: die unregelmäßigen Verben der 3 andern Konjugationen; das Deponens; 3. Tertial: Die verba anomala, Deklination der griechischen Wörter, der pluralia tantum, der defectiva casibus, der abundantia, der pronomina indefinita; die numeralia distributiva, die adverbia numeralia und die andern Schwierigkeiten und Unregelmäßigkeiten der Formenlehre. Handbuch: Grammatik von Ellendt-Seyffert, letzte Auflage. Übungen im Übersetzen. 4 St. Handbuch: F. Spieß, Sexta und Quinta, Ausgabe A, letzte Auflage. – b) Viri illustres, von Lhomond-Holzer, neubearbeitet von Dr. H. Planck und C. Minner, letzte Auflage, von Ostern ab. 4 St. Gedächtnisübungen — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Arithmetik. 2 St. 1. Tertial: Wiederholung der Maße und Gewichte mit zahlreichen Übungen; Numeration; Addition und Subtraktion der ganzen und Dezimalzahlen; 2. Tertial: Multiplikation und Division der ganzen und Dezimalzahlen; Lehrsätze über diese Rechnungsarten; zahlreiche Aufgaben; Regel-de-tri; Zinsrechnungen; 3. Tertial: Discontorechnungen; Teilungs- und Gesellschaftsrechnungen; Verwandeln der gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt; Wiederholung. Handbuch: Traité d'arithmétique théorique et pratique, von Mesnard, letzte Ausgabe. Belin, Paris.

Geschichte. 2 St. Wiederholung der Geschichte der Griechen und Römer und Geschichte des Mittelalters. 1. Tertial: Die Geschichte der Griechen; die Geschichte der Römer bis zum Kaiserreich; 2. Tertial: Vom römischen Kaiserreich bis zu den Kreuzzügen; 3. Tertial: Von den Kreuzzügen bis zur Reformation. Handbuch: Welter, Auszug.

Geographie. 1 St. Physikalische und politische Geographie Europas und Wiederholung der Geographie des Großherzogtums Luxemburg. 1. Tertial: Physikalische Geographie Europas; 2. Tertial: Central-Europa; Großherzogtum Luxemburg; 3. Tertial: Nord-, Ost- und Süd-Europa. Handbücher: Seyd-

cours élémentaire. Ch. Fouraut et fils, Paris. Cours pratique de conversation, par Zahn, 2me partie. — *c*) Lecture privée. — Un devoir par semaine.

Langue latine. 7 h. — *a*) grammaire 3 h. 1er *trimestre*: Répétition des conjugaisons régulières et des verbes irréguliers de la 1re conjugaison; 2me *trimestre*: Verbes irréguliers des trois autres conjugaisons; le verbe déponent; 3me *trimestre*: Les verbes anomala; la déclinaison des mots grecs, des pluralia tantum, des defectiva casibus, des abundantia, des pronoms indéfinis; les nombres distributifs et multiplicatifs ainsi que les autres difficultés et irrégularités de la lexicologie; l'adverbe, la préposition, la conjonction et l'interjection. Manuel: Grammaire d'Ellendt-Seyffert, dernière édition. Exercices de traduction 4 h. Manuel: F. Spiess, Sexta und Quinta, Ausgabe A, dernière édition *b*) Viri illustres, von Lhomond-Holzer, neubearbeitet von Dr. H. Planck und C. Minner, dernière édition, à partir de Pâques. 4 h. Exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Arithmétique. 2 h. 1er *trimestre* · Répétition du système métrique avec de nombreuses applications; numération; addition et soustraction des nombres entiers et décimaux; 2me *trimestre*: Multiplication et division des nombres entiers et décimaux; principes relatifs à ces opérations; règle de trois; intérêt simple; 3me *trimestre*: Escompte commercial; partages proportionnels; règles de société; conversion des fractions ordinaires en fractions décimales et question inverse; répétition. Manuel: Traité d'arithmétique théorique et pratique, par Mesnard, dernière édition.

Histoire. 2 h. Répétition de l'histoire des Grecs et des Romains et histoire du moyen âge 1er *trimestre*: L'histoire des Grecs; l'histoire des Romains jusqu'à l'empire; 2me *trimestre*: Depuis l'empire romain jusqu'aux croisades; 3me *trimestre*: Depuis les croisades jusqu'à la réforme. Manuel: Welter, Auszug.

Géographie. 1 h. Géographie générale, physique et politique de l'Europe et répétition de la géographie du Grand-Duché de Luxembourg. 1er *trimestre*: Géographie physique de l'Europe; 2me *trimestre*: L'Europe centrale; le Grand-Duché de Luxembourg; 3me *trimestre*: l'Europe septentrionale, orientale et litz, Schulgeographie, Ausgabe B, und A. Herchen: Geographie des Luxemburger Landes.

Zeichnen. 2 St. Freihandzeichnen: Übungen nach den Wandtafeln von Kolb und Herdtle; im zweiten Semester: Ausführungen dieser Übungen mit der Feder.

Turnen. 2 St.

Singen. 2 St. Wahlfreies Fach. Handbuch von L. Menager.

méridionale. Manuels: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe B, et Géographie nationale, par A Herchen

Dessin. 2. h. Exercices de dessin à main levée, d'après les tableaux de Kolb et de Herdtle; exécution à la plume pendant le second semestre.

Gymnastique. 2. h.

Chant. 2. h. Cours facultatif. Manuel de L. Menager.

V. Klasse. — V^me CLASSE.

Religionslehre. 2 St. Der Kultus der kath. Kirche nach dem Handbuch von Wappler, 4. Ausgabe. 1. Tertial: §§ 1—40; 2. Tertial: §§ 41—90; 3. Tertial: §§ 91 bis zu Ende. Bemerkung: Im 3. Tertial lehnen sich die dogmat. Erörterungen über die hl. Sakramente möglichst an den Diözesankatechismus.

Deutsche Sprache. 3 St. — a) Grammatik. 1 St. 1. Tertial: Wiederholung der Satzlehre. Grammatische Übungen. Handbuch: Wilmanns Schulgrammatik; 2. Teil. — b) Aufsatzlehre. 2. und 3. Tertial: Übungen im deutschen Aufsatz nach der Aufsatzlehre von Sommer: Erzählungen und Beschreibungen. 1 St. — c) Lese- und Sprechübungen; Deklamieren; Erklärung ausgewählter Stücke; 2 St. Handbuch: Deutsches Lesebuch für Gymnasien von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 3. Bd., letzte Ausgabe. — Eine schriftliche Hausarbeit alle vierzehn Tage.

Französische Sprache. 6 St. — a) Grammatik, 3 St. 1. Tertial: Die hauptsächlichsten syntaktischen Regeln des Zeitwortes und des Fürwortes; 2. Tertial: Die hauptsächlichsten syntaktischen Regeln der unveränderlichen Redeteile; die vollständige Syntax des Substantivs und des Artikels; 3. Tertial: Die vollständige Syntax des Adjektivs; Wiederholung. Syntaktische Übungen. Handbuch: A. Chassang. Nouvelle grammaire française, cours supérieur. Übersetzungsübungen nach dem Handbuch: Plötz Kares, Kurzer Lehrgang der französischen Sprache, Heft II und III. — b) Lektüre, Sprech-, Memorier- und Konversationsübungen. 3 St. Handbücher: Merlet extraits des classiques français, cours élémentaire; praktische Konversationsübungen, von Zahn, 3. Teil; Fabeln von La Fontaine. — c) Privatlektüre. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich: Übersetzung oder Wiedergabe eines gelesenen Stückes.

Doctrine chrétienne. 2 h. Le culte de l'église catholique, d'après le manuel de Wappler, 4^e édition. 1^er *trimestre*: §§ 1—40; 2^e *trimestre*: §§ 41—90; 3^e *trimestre*: §§ 91 jusqu'à la fin Remarque: Dans le 3^e trimestre la partie dogmatique sur les saints sacrements se basera sur le texte afférent du catéch. diocésain.

Langue allemande. 3 h. — *a*) Grammaire. 1 h. 1^er *trimestre*: Répétition de la syntaxe; exercices. Manuel; Wilmanns Schulgrammatik, première partie. — *b*) Exercices de composition. 2^me et 3^me *trimestre*: Manuel de Sommer: Narrations et descriptions. 1 h. *c*) Excercices de lecture, d'élocution et de récitation; explication de morceaux choisis, 2 h. Manuel: Deutsches Lesebuch für Gymnasien von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 3^me vol, dernière édition. — Une rédaction par quinzaine.

Langue française. 6 h. — *a*) Grammaire, 3 h. 1^er *trimestre*: Les principales règles de la syntaxe du verbe et du pronom; 2^me *trimestre*; Les principales règles de la syntaxe des mots invariables; la syntaxe complète du substantif et de l'article; 3^me *trimestre*: La syntaxe complète de l'adjectif; répétition. Exercices syntaxiques Manuel: A. Chassang. Nouvelle grammaire française. Cours supérieur. Exercices de traduction Manuel: Plœtz-Kares, Kurzer Lehrgang der französischen Sprache, Heft II und III. — *b*) Exercices de lecture, de mémoire, de récitation et de conversation. 3 h. Manuels: Merlet, extraits des classiques français; cours élémentaire. Cours pratique de conversation, par Zahn. 3^e *partie*. Fables de La Fontaine. — *c*) Lecture privée. — Un devoir par semaine: un thème ou une reproduction d'un morceau lu en classe.

Lateinische Sprache 7 St. — a) Grammatik, 4 St. Wiederholung der Formenlehre; Syntax. 1. Tertial: §§ 94—113; 2. Tertial: §§ 113—150; 3. Tertial: §§ 150—161 und Wiederholung. Handbücher: Grammatik von Ellendt-Seyffert, letzte Ausgabe. Übungsbuch zum Übersetzen von F. Spieß, (Quinta, Quarta und Tertia) Ausgabe A, letzte Auflage. — b) Cornelius Nepos. Erklärung, Übersetzung und Gedächtnisübungen, 3 St. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Langue latine. 7 h. — *a*) Grammaire, 4 h. Répétition de la lexicologie; syntaxe. 1er *trimestre*: §§ 94—113; 2me *trimestre*: §§ 113—150; 3me *trimestre*: §§ 150—161 et répétition. Manuels: Grammaire d'Ellendt-Seyffert, dernière édition. Manuel de traduction de F. Spiess (Quinta, Quarta und Tertia). Ausgabe A, dernière édition. — *b*) Cornélius Népos. Explication, traduction et exercices de mémoire, 3 h. Un devoir par semaine.

Griechische Sprache. 5 St. Formenlehre bis zu den Verba muta ausschließlich. 1. Tertial: 1., 2. und 3. Deklination; 2. Tertial: Unregelmäßige Deklination, das Adjektiv, das Fürwort, die Zahlwörter und die Verba pura non contracta; 3. Tertial: Die Verba pura contracta; Wiederholung. Handbuch: Curtius, griech. Schulgrammatik, bearbeitet von Dr. W. v. Hartel, Leipzig, Freytag, letzte Ausgabe. Übersetzungsübungen. Handbuch: Schenkl, letzte Ausgabe. Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Langue grecque. 5 h. La lexicologie jusqu'aux verba muta exclusivement. 1er *trimestre*: Les trois premières déclinaisons; 2me *trimestre*: La déclinaison irrégulière, l'adjectif, le pronom, les adjectifs numéraux et les verba pura non contracta; 3me *trimestre*: Les verba pura contracta; répétition. Manuel: Curtius, griech. Schulgrammatik, bearbeitet von Dr W. von Hartel, Leipzig, Freytag, dernière édition. Exercices de traduction Manuel: Schenkl, dernière édition. — Un devoir par semaine

Arithmetik. 2 St. 1. Tertial: Wiederholung der Maße und Gewichte; Teilbarkeit der Zahlen durch 2, 3, 4, 5 und 9; Primzahlen; Zerlegung der Zahlen in Faktoren; der größte gemeinschaftliche Teiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen; Textaufgaben; 2. Tertial: Heben und Gleichnamigmachen der Brüche; vier Grundoperationen mit gewöhnlichen Brüchen; zahlreiche Textaufgaben; 3. Tertial: Verwandeln gewöhnlicher Brüche in Dezimalbrüche und der Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche; Versicherungs- und Rentnerrechnungen (leichte Aufgaben); Mischungsrechnungen; Wiederholung. Handbuch: Traité d'arithmétique théorique et pratique, par Mesnard, dernière édition.

Arithmétique. 2 h. 1er *trimestre*: Répétition du système métrique; les caractères de divisibilité par 2, 3, 4, 5 et 9; nombres premiers; décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers; composition du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de plusieurs nombres; problèmes; 2me *trimestre*: Simplification et réduction des fractions au même dénominateur; quatre opérations sur les fractions ordinaires; nombreux problèmes; 3me *trimestre*: Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales et question inverse; les fractions périodiques; assurances et rentes (questions faciles); règles de mélange et d'alliage; répétition et problemes de récapitulation Manuel: Traité d'arithmétique théorique et pratique, par Mesnard, dernière édition.

Geschichte. 2 St. Geschichte der neuern Zeit. 1. Tertial: Von der Reformation bis zu Ludwig XIV.; 2. Tertial: Von Ludwig XIV. bis zur französischen Revolution; 3. Tertial: Von der französischen Revolution bis zur Gegenwart. Handbuch: Welter, Auszug.

Histoire. 2 h. Histoire moderne. 1er *trimestre*: Depuis la Réforme jusqu'à Louis XIV; 2me *trimestre*: Depuis Louis XIV jusqu'à la Révolution française; 3me *trimestre*: Depuis la Révolution française jusqu'à nos jours Manuel: Welter, Auszug.

Geographie. 1 St. Wiederholung der Geographie Europas; Geographie von Asien und Afrika. 1. Tertial: Wiederholung der Geographie Europas, mit Ausschluß der drei großen südlichen Halbinseln; 2. Tertial: die drei großen südlichen Halbinseln; Asien; 3. Tertial: Afrika; Wiederholung. Handbuch: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe B.

Géographie. 1 h. Répétition de la géographie de l'Europe; géographie de l'Asie et de l'Afrique. 1er *trimestre*: Répétition de la géographie de l'Europe, à l'exclusion des trois grandes presqu'îles méridionales; 2me *trimestre*: Répétition des trois grandes presqu'îles méridionales; l'Asie; 3me *trimestre*: L'Afrique; répétition. Manuel: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe B.

Zeichnen. 2 St. Wahlfreies Fach. Freihand-

Dessin. 2 h. Cours facultatif. Dessin à main zeichnen: Darstellung von Körpern; Anschauungsperspektive; Anwendung der Schatten.

Turnen. 2 St. Wahlfreies Fach.

levée: Représentation des corps solides; perspective d'observation; application des ombres.

Gymnastique. 2 h. Cours facultatif.

IV. Klasse. — IVme CLASSE.

Religionslehre. 2 St. Der Kultus der katholischen Kirche nach dem Handbuche von Wappler, 4. Ausgabe. 1. Tertial: §§ 1—40; 2. Tertial: §§ 40—75; 3. Tertial: §§ 75—130. Bemerkung: Folgende Kapitel rein dogmatischen Inhaltes sind wegzulassen: §§ 16 24 incl., 54—61 incl., 87, 91—93 incl., 96, 98, 103, 106, 108, 114, 116 119 incl., 127 130 incl.

Doctrine chrétienne. 2 h. Le culte de l'église catholique, d'après le manuel de Wappler, 4me édition. 1er *trimestre*: §§ 1—40; 2me *trimestre*: §§ 40—75; 3me *trimestre*: §§ 75—130 Remarque: On omettra les chapitres suivants purement dogmatiques: §§ 16—24 incl.; 54-61 incl.; 87, 91—93 incl.; 96, 98, 103, 106, 108, 114, 116-119 incl; 127— 30 incl.

Deutsche Sprache. 2 St. — a) Grammatik. 1. Tertial: Wiederholung des zusammengesetzten Satzes und der Interpunktionslehre. Handbuch: Wilmanns Schulgrammatik, 2. Teil. — b) Übungen im deutschen Aufsatz. 2. und 3. Tertial: Erzählungen und Beschreibungen. Handbuch: Aufsatzlehre von Sommer. — c) Übungen im Lesen, Deklamieren und im mündlichen freien Vortrag; Erläuterungen poetischer und prosaischer Stücke. Handbuch: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 4. Band, letzte Ausgabe. — Eine schriftliche Hausaufgabe alle vierzehn Tage.

Langue allemande. 2 h. — *a*) Grammaire. 1er *trimestre*: Répétition de la proposition composée et des règles sur la ponctuation. Manuel: Wilmanns Schulgrammatik, 2me partie. — *b*) Exercices de composition. 2me et 3me *trimestre*: Narrations et descriptions. Manuel: Aufsatzlehre von Sommer. — *c*) Exercices de lecture, de récitation et d'élocution; explication de poésies et de morceaux en prose. Manuel: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer und Dr. K. Stejskal, 4me volume, dernière édition — Une rédaction par quinzaine.

Französische Sprache. 4 St. — a) Grammatik. 1 St. Syntax des Fürwortes und des Zeitwortes. 1. Tertial: Fürwort; 2. Tertial: Konkordanz. Nähere Bestimmungen des Zeitwortes; 3. Tertial: Gebrauch der Zeiten und Modi des Zeitwortes; Wiederholung. Handbuch: Nouvelle grammaire française par A. Chassang. Cours supérieur. Übungen zur Erlernung der französischen Syntax. Handbuch von Plötz. — b) Gedächtnis-, Lese- und Konversationsübungen; Erklärung ausgewählter Stücke, 2 St. Handbuch: Charles André: Leçons de littérature et de morale; Cours pratique de conversation, von Zahn, 3. Teil; La Fontaine, Fables. — c) Übungen im französischen Aufsatz: leichte Erzählungen und Beschreibungen. — d) Privatlektüre. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich: Übersetzung, Wiedergabe eines gelesenen Stückes oder sehr leichter Aufsatz.

Langue française. 4 h. — *a*) Grammaire. 1 h. Syntaxe du pronom et du verbe. 1er *trimestre*: Pronom; 2me *trimestre*: Accord du verbe et du sujet; compléments; 3me *trimestre*: Emploi des temps et des modes du verbe; répétition. Manuel: Nouvelle grammaire française, par A. Chassang, cours supérieur. Exercices de traduction sur la syntaxe, d'après le manuel de Plœtz. — *b*) Exercices de mémoire, de lecture, de conversation; explication de morceaux choisis, 2 h. Manuel: Charles André: Leçons de littérature et de morale; Cours pratique de conversation, par Zahn, 3me partie; La Fontaine, Fables. — *c*) Exercices de composition: Narrations et descriptions faciles. — *d*) Lecture privée. — Un devoir par semaine: thème, reproduction ou composition très simple.

Lateinische Sprache. 7 St. — a) Grammatik. 3 St. Wiederholung und Fortsetzung der Hauptregeln der Syntax. 1. Tertial: §§ 94—161, §§ 185—194; 2. Tertial: §§ 194—228, §§ 161—173; 3. Tertial: §§ 228 230, §§ 173—185. Handbücher: Grammatik von Ellendt-Seyffert, letzte Ausgabe, und Übungsbuch zum Übersetzen, von Spieß, für Tertia. Ausgabe A. — b) Autoren: Erklärung, Übersetzung und Gedächtnisübungen. Cornelius Nepos; Caesaris commentarii

Langue latine. 7 h. — *a*) Grammaire. 3 h. Répétition et continuation des règles essentielles de la syntaxe. 1er *trimestre*: §§ 94—161, §§ 185—194: 2me *trimestre*: §§ 194—228, §§ 161—173; 3me *trimestre*: §§ 228—230, §§ 173—185. Manuels: Grammaire d'Ellendt-Seyffert, dernière édition, et Manuel de traduction de Spiess, classe de IIIe, édition A. — *b*) Auteurs: Explication, traduction et exercices de mémoire. Cornélius Népos; Caesaris commentarii de de bello gallico, 1. und 2. Buch; Phädrus. 4 St. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Griechische Sprache. 5 St. — a) Wiederholung und Fortsetzung der Formenlehre. Verba muta, verba liquida und auf μι; die unregelmäßigen Zeitwörter. 1. Tertial: Wiederholung und Fortsetzung der Verba muta und liquida: 2. Tertial: Die Zeitwörter auf μι; 3. Tertial: Die unregelmäßigen Zeitwörter; Wiederholung. Handbuch: Curtius, griech. Schulgrammatik, bearbeitet von Dr. W. v. Hartel, letzte Ausgabe. Übungen im Übersetzen nach dem Handbuche von Schenkl, letzte Ausgabe. — b) Äsops Fabeln und einige Auszüge aus Xenophon (Schenkl). Gedächtnisübungen. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Mathematik. 3 St. — a) Algebra. 1. Tertial: Die allgemeinen Begriffe; Koeffizient; Exponent; Addition, Subtraktion, Multiplikation; Quadrat und Kubus einer zweiteiligen Größe; Verschiedenheit zweier Quadrate; 2. Tertial: Die Division; Bedeutung des negativen und Null-Exponenten; Zerlegung in Faktoren; 3. Tertial: Brüche; Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten; Wiederholung. Handbuch: Nouveau cours d'algèbre, par M. Ph. André, dernière édition, André Guédon, Paris. — b) Geometrie. 1. Tertial: Die zehn ersten Lehrsätze des 1. Buches; 2. Tertial: Die folgenden Lehrsätze bis zu Lehrsatz 25; 3. Tertial: Der Rest der Lehrsätze des ersten Buches; einige leichtere Anwendungen. Handbuch von Legendre, Ausgabe Cambier.

Geschichte. 2 St. Eingehendere Behandlung der Geschichte des Altertums. 1. Tertial: Geschichte der orientalischen Völker; 2. Tertial: Geschichte der Griechen bis zur Thronbesteigung Philipps II. von Macedonien; Geschichte der Römer bis zur Gründung der Republik; 3. Tertial: Geschichte der Macedonier und Griechen bis zur Eroberung Macedoniens und Griechenlands durch die Römer; römische Geschichte von der Gründung der Republik bis zu den Gracchen.

Geographie. 1 St. Wiederholung der Geographie von Asien und Afrika; Geographie von Amerika und Australien. 1. Tertial: Wiederholung der Geographie von Asien und der physikalischen Geographie von Afrika; 2. Tertial: Wiederholung der politischen Geographie von Afrika; physikalische Geographie von Amerika; 3. Tertial: Politische Geographie von Amerika; Australien; Wiederholung. Handbuch: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe B.

Zoologie. 2 St. 1. Tertial: Die Vorbegriffe. Die

bello gallico, 1er et 2me livre; Phèdre. 4 h. — Un devoir par semaine.

Langue grecque. 5 h. — *a*) Répétition et continuation de la lexicologie. Verba muta, verba liquida et en μι; les verbes irréguliers 1er *trimestre*: Répétition et continuation des verba muta et des verba liquida: 2me *trimestre*: Verbes en μι; 3e *trimestre*: Verbes irréguliers; répétition. Manuel: Curtius, griech. Schulgrammatik, bearbeitet von Dr. W. v. Hartel, dernière édition. Exercices de traduction, d'après le manuel de Schenkl, dernière édition. - *b*) Traduction de fables d'Ésope et de quelques extraits de Xenophon (Schenkl); exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Mathématiques. 3 h. — *a*) Algèbre. 1er *trimestre*: Notions générales; coëfficient; exposant; l'addition, la soustraction, la multiplication; élévation au carré et au cube d'un binôme; différence de deux carrés; 2me *trimestre*: La division; signification de l'exposant négatif et de l'exposant zéro; les divisions binômes; la décomposition en facteurs; 3me *trimestre*: Calcul des fractions; équations et problèmes du 1er degré à une inconnue; répétition — Manuel: Nouveau cours d'algèbre, par M. Ph. André, dernière édition, André Guédon, Paris. — *b*) Géométrie; 1er trimestre: Les dix premières propositions du 1er livre; 2me trimestre: La suite jusqu'à la proposition 25; 3me trimestre: La fin du premier livre; quelques applications faciles. Manuel de Legendre, édition Cambier.

Histoire. 2 h. Histoire plus approfondie des temps anciens. 1er *trimestre*: Histoire des peuples de l'Orient; 2me *trimestre*: Histoire des Grecs jusqu'à l'avènement de Philippe II de Macédoine; histoire romaine jusqu'à l'établissement de la république; 3me *trimestre*: Histoire des Macédoniens et des Grecs jusqu'à la conquête de la Macédoine et de la Grèce par les Romains; histoire romaine depuis l'établissement de la république jusqu'aux Gracques.

Géographie. 1 h. Répétition de la géographie de l'Asie et de l'Afrique; géographie de l'Amérique et de l'Océanie. 1er *trimestre*: Répétition de la géographie de l'Asie et de la géographie physique de l'Afrique; 2me *trimestre*: Répétition de la géographie politique de l'Afrique; géographie physique de l'Amérique; 3me *trimestre*: Géographie politique de l'Amérique; l'Océanie; répétition générale. Manuel: Seydlitz, Schulgeographie, Ausgabe B.

Zoologie 2 h. 1er *trimestre*: Notions prélimi-

Ernährungsverrichtungen bis zum Atmungsprozeß; 2. Tertial: Das Atmen u. die Relationsfunktionen bis zu den Sinnesorganen; 3. Tertial: Die Sinnesorgane; Klassifikation; Beschreibung der Ordnungen der Säugetiere; die anderen Wirbeltiere; die Ringeltiere; die Weichtiere; die Pflanzentiere; Wiederholung. Handbuch: Notions d'histoire naturelle, par F. I., Paris, Poussielgue, 1898.

Zeichnen. 2 St. Wahlfreies Fach. — a) Freihandzeichnen; Zeichnen nach dem Gipsmodell mit ausführlicher Schattenangabe; klassische Ornamentformen. — b) Linearzeichnen: Anwendung der Instrumente. Übungen an Flachornamenten: Mosaik- und Parkettmotive, Einpressungen, Rosetten u. s. w.; Auflegen flacher Farbentöne.

Turnen. 2 St. Wahlfreies Fach.

naires; fonctions de nutrition jusqu'à la respiration; 2me *trimestre*: La respiration et les fonctions de relation jusqu'aux organes des sens; 3me *trimestre*: Les cinq sens; classification; description des ordres des mammifères; les autres vertébrés; les annelés; les mollusques; les zoophytes; répétition générale. Manuel: Notions d'histoire naturelle, par F. I., Paris, Poussielgue, 1898.

Dessin. 2 h. Cours facultatif. — a) Dessin à main levée: dessin d'après le relief avec l'application des ombres; motifs classiques d'ornementation. — b) Dessin linéaire: emploi des instruments; application à l'ornementation plane: carrelage, motifs de marqueterie, bordures, rosaces, etc.; lavis à teintes plates.

Gymnastique. 2 h. Cours facultatif.

III. Klasse. — IIIme CLASSE.

Religionslehre. 2 St. Die Wahrheit der kathol. Religion nach Wilmers Handbuch der Religion, 3. Auflage. 1. Tertial: §§ 1—27; 2. Tertial: §§ 28—48; 3. Tertial: §§ 49—71

Deutsche Sprache. 3 St. — a) Übungen im deutschen Aufsatz, nach Sommer, Aufsatzlehre. 1. Tertial: S. 112—128; 2. Tertial: S. 128—146; 3. Tertial: S. 146—159. — b) Erklärung der Autoren. α) Das ganze Jahr hindurch: Schillers Gedichte, Hülskampsche Ausgabe; β) Das ganze Jahr hindurch: deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer und Stejskal, 5. Band; γ) während des 3. Tertials: Göthe, Hermann und Dorothea, letzte Schöninghsche Ausgabe. — c) Übungen im freien mündlichen Vortrag — Alle drei Wochen eine schriftliche Hausarbeit.

Französische Sprache. 3 St. — a) Grammatik. 1 St. Syntax der unveränderlichen Wortarten. 1. Tertial: Syntax der Infinitive und Partizipien; 2. Tertial: Adverbien und Präpositionen; 3. Tertial: Konjunktionen u. Interpunktion; Wiederholung. Handbuch: Nouvelle grammaire française par Chassang. Übungen zur Erlernung der französischen Syntax. Handbuch von Ploetz. — b) Stilübungen und Aufsätze. 1 St. Handbuch: Principes de composition et de style, par Deltour. — c) Lektüre und Erklärung der Klassiker. 1 St. 1. und 2. Tertial: Ausgewählte Stücke aus Charles André; 3. Tertial: Athalie, Ausgabe Sengler. — d) Privatlektüre. — Alle vierzehn Tage eine schriftliche Hausarbeit.

Doctrine chrétienne. 2 h. La vérité de la religion catholique démontrée d'après le manuel de Wilmers, 3me édition. 1er *trimestre*: §§ 1—27; 2me *trimestre*: §§ 28—48; 3me *trimestre*: §§ 49—71.

Langue allemande. 3 h. — *a*) Exercices de composition, d'après le manuel de Sommer, Aufsatzlehre. 1er *trimestre*: p. 112—128; 2me *trimestre*: p. 128—146; 3me *trimestre*: p. 146—159 — *b*) Explication d'auteurs. α) Pendant toute l'année: Les poésies de Schiller, édition Hülskamp; β) pendant toute l'année: Deutsches Lesebuch für Gymnasien, von Dr. K. J. Kummer et Stejskal, 5me vol.; γ) pendant le 3me *trimestre*: Gœthe, Hermann und Dorothea, dernière édition Schœningh. — c) Exercices d'élocution faits de vive voix. — Une rédaction toutes les trois semaines.

Langue française. 3 h. — *a*) Grammaire. 1 h. Syntaxe des mots invariables 1er *trimestre*: Infinitifs et participes; 2me *trimestre*: Adverbes et prépositions; 3me *trimestre*: Conjonctions; ponctuation; répétition. Manuel: Nouvelle grammaire française par Chassang. Exercices de traduction sur la syntaxe. Manuel de Plœtz. — *b*) Exercices de composition et de style en prose. 1 h. Manuel: Principes de composition et de style, par Deltour. — *c*) Lecture et explication d'auteurs. 1 h. 1er et 2me *trimestres*: Morceaux choisis dans Charles André; 3me *trimestre*: Athalie de Racine, édition Sengler. — *d*) Lecture privée. — Un devoir par quinzaine.

Lateinische Sprache. 7 St. — a) Grammatik. 2 St. Vollständige Syntax; lateinischer Versbau nach der Grammatik von Ellendt-Seyffert; Übersetzen in Haacke und Köpke, Aufgaben zum Übersetzen ins Lateinische, 3. Teil, 11. Auflage. — b) Übersetzung und Erklärung der Autoren. 5 St. Cäsar: die 5 letzten Bücher, 3 St. 1. und 2. Tertial: Ovid, Auszüge. 2 St. das ganze Jahr hindrch; Livius. Buch 21; 3. Tertial, 3 St. Gedächtnisübungen — Wöchentlich eine schriftliche Hausarbeit.

Griechische Sprache. 4 St. — a) Grammatik, 2 St. nach dem Handbuch: Curtius, griechische Schulgrammatik, bearbeitet von W. v. Hartel, letzte Ausgabe. 1. Tertial: §§ 140—169; 2. Tertial: §§ 169—190; 3. Tertial: §§ 190—201. Übungen im Übersetzen. Handbuch von Schenkl. 1. Tertial: 1—9; 2. Tertial: 9—14; 3. Tertial: 14—16. — b) Übersetzung und Erklärung griechischer Autoren. 2 St.: Xenophons Anabasis und Homers Odyssee. 1. Tertial: Anabasis, 1. Buch; 2. Tertial: Anabasis, 2. Buch und ein Teil des 3. Buches; 3. Tertial: Anabasis, 3. Buch und Auszüge aus den andern Büchern; Homers Odyssee, 1. Buch. Memorierübungen. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Mathematik. 4 St. — a) Algebra. 2 St. 1. Tertial: Gleichungen des 1. Grades mit mehreren Unbekannten, Aufgaben; Ungleichheiten; negative Lösungen; Quadratwurzeln; 2. Tertial: Kubikwurzeln; Quadratwurzeln der Polynomen; Rechnen mit Wurzelgrößen vom 2. Grade; 3. Tertial: Fortsetzung des Rechnens mit Wurzelgrößen vom 2. Grade; Gleichungen des 2. Grades mit einer Unbekannten bis zur Diskussion des Trinomen vom 2. Grade; Wiederholung. Handbuch: Nouveau cours d'Algèbre par M. Ph. André. — b Geometrie. 2 St. 1. Tertial: 2. Buch, Lehrsätze; 2. Tertial: 2. Buch, Aufgaben; 3. Tertial: 3. Buch, Lehrsätze; Wiederholung. Handbuch von Legendre, Ausgabe Cambier.

Geschichte. 2 St. Eingehendere Behandlung der Geschichte der Römer und des Mittelalters nach den Handbüchern von A. Herchen, Histoire ancienne et histoire du moyen âge. 1. Tertial: Römische Geschichte, von den Gracchen bis zum Untergang des weströmischen Reiches; 2. Tertial: Geschichte des Mittelalters: Von dem Untergang des weströmischen Reiches bis zur Gründung des karolingischen Reiches; 3. Tertial: Von der Gründung des karolingischen Reiches bis zu den Kreuzzügen mit Berücksichtigung der gleichzeitigen Hauptthatsachen und wichtigern Epochen unserer Nationalgeschichte.

Langue latine. 7 h. — *a*) Grammaire. 2 h. Syntaxe complète; prosodie latine d'après la grammaire d'Ellendt-Seyffert. Exercices de traduction d'après le manuel de Haacke et Köpke, Aufgaben zum Uebersetzen ins Lateinische. 3me partie, 11me édition. — *b*) Traduction et explication d'auteurs. 5 h. César: les 5 derniers livres, 3 h. 1er et 2me *trimestres*; Ovide, extraits. 2 h. pendant toute l'année; Tite-Live: livre; 21, 3me *trimestre*, 3 h. Exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Langue grecque. 4 h. — *a*) Grammaire, 2 h. d'après le manuel de Curtius, griechische Schulgrammatik, bearbeitet von W. v. Hartel, dernière édition. 1er *trimestre*: §§ 140—169; 2me *trim.*: §§ 169—190; 3me *trimestre*: §§ 190—201; Exercices de traduction, d'après le manuel de Schenkl. 1er *trimestre*: 1—9; 2me *trimestre*: 9—14; 3me *trimestre*: 14—16. — *b*) Traduction et explication d'auteurs: 2 h. Anabase de Xénophon; Odyssée d'Homère. 1er *trimestre*: Anabase, 1er livre; 2me *trimestre*: Anabase, 2e livre et une partie du 3e livre; 3me *trimestre*: Anabase, 3me livre, extraits des autres livres; Odyssée, 1er livre. Exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Mathémathiques. 4 h. — *a*) Algèbre. 2 h. 1er *trimestre*: Équations du 1er degré à plusieurs inconnues, problèmes; inégalités; solutions négatives; racines carrées des nombres; 2me *trimestre*: Racines cubiques des nombres; racines carrées des polynômes; calcul des radicaux du 2me degré; 3me *trimestre*: Suite du calcul des radicaux du 2me degré; équations du 2me degré à une inconnue jusqu'à la discussion du trinôme du 2me degré exclusivement; répétition. Manuel: Nouveau cours d'Algèbre, par M. Ph. André — *b*) Géométrie. 2 h 1er *trimestre*: 2me livre, théorèmes; 2me *trimestre*: 2me livre, problèmes; 3me *trimestre* 3me livre, théorèmes; répétition. Manuel de Legendre, édition Cambier.

Histoire. 2 h. Histoire plus approfondie des Romains et du moyen âge, d'après les manuels de A Herchen, Histoire ancienne et histoire du moyen âge. 1er *trimestre*: histoire romaine, depuis les Gracques jusqu'a la chute de l'empire romain d'occident; 2me *trimestre*: histoire du moyen âge, depuis la chute de l'empire romain d'occident jusqu'à l'avènement des Carolingiens; 3me *trimestre*: Depuis l'avènement des Carolingiens jusqu'aux croisades. On passera en revue les faits saillants et les périodes importantes de notre histoire nationale qui coïncident avec ces événements.

Geographie. 1 St. Eingehendere Behandlung der Geographie von Europa, namentlich in ihren Beziehungen zur Geschichte. 1. Tertial: Physikalische Geographie Europas; 2. Tertial: Politische Geographie von West- und Central-Europa; 3. Tertial: Politische Geographie von Süd- und Ost-Europa; geographische Lektüre und Skizzen.

Géographie. 1 h. Étude plus approfondie de la géographie de l'Europe, particulièrement dans ses rapports avec l'histoire. 1er *trimestre*: Géographie physique de l'Europe; 2me *trimestre*: Géographie politique de l'Europe occidentale et centrale; 3me *trimestre*: Géographie politique de l'Europe méridionale et orientale; lectures et croquis géographiques.

Botanik. 2 St. 1. Tertial: Elementarorgane der Pflanzen; Ernährungsorgane und -verrichtungen; 2. Tertial: Fortpflanzungsorgane und -verrichtungen; 3. Tertial: Klassifikation der Pflanzen; Grundzüge der Geologie; Wiederholung. Handbuch: Notions d'histoire naturelle, par F. I., Paris, Poussielgue, 1898.

Botanique. 2 h. 1er *trimestre*: Organes élémentaires des plantes; organes et fonctions de nutrition; 2me *trimestre*: Organes et fonctions de reproduction; 3me *trimestre*: Classification des végétaux; notions de géologie; répétition générale. Manuel: Notions d'histoire naturelle, par F. I., Paris, Poussielgue, 1898.

Englische Sprach. 2. St. Wahlfreies Fach. Handbücher: Englische Schulgrammatik, von Gurcke; Plate, Blossoms from the English Literature.

Langue anglaise. 2 h. Cours facultatif. Manuels: Englische Schulgrammatik, von Gurcke. Plate, Blossoms from the English Literature.

Zeichnen. 2 St. Wahlfreies Fach. — a Freihandzeichnen; Zeichnen nach dem Gipsmodell: Architektonische Glieder, Ornamente, Architekturteile, Masken, Köpfe, Figuren, u. s. w. — b) Linearzeichnen: Aufgaben aus der Elementargeometrie; Kurven der Kegelschnitte, Spirale und Voluten.

Dessin. 2 h. Cours facultatif. — *a*) Dessin à main levée: dessin d'après le relief: moulures, ornements, fragments d'architecture, masques, têtes, figures, etc. — *b*) Dessin linéaire: Problèmes de géométrie élémentaire; tracé des courbes du 2me degré, spirales et volutes.

II. Klasse. — IIme CLASSE.

Religionslehre. 2 St. Die katholische Glaubenslehre, 1. Teil: Gott und sein Werk; die Erlösung. Nach dem Handbuch von Wilmers, 3. Ausgabe. 1. Tertial: §§ 72—84; 2. Tertial: §§ 85—109; 3. Tertial: §§ 110—138.

Doctrine chrétienne. 2 h. Le dogme catholique, 1re partie: Dieu et son œuvre; la rédemption. Manuel: Wilmers, 3me édit. 1er *trimestre*: §§ 72—84; 2me *trimestre*: §§ 85-109; — 3me *trimestre*: §§ 110—138.

Deutsche Sprache. 3 St. — a) Übungen im deutschen Aufsatz, nach Sommer, Aufsatzlehre. 1. Tertial: S. 159—189; 2. Tertial: S. 189—206; 3. Tertial: S. 206—276. — b) Deutsche Stilistik, nach dem Handbuche von O. Lyon: Kurzgefaßte deutsche Stilistik, 3. Auflage, 1893. 1. Tertial: § 1—14; 2. Tertial: § 14—28; 3. Tertial: § 28—44; — c) Poetik nach dem Handbuche von Dr Wilhelm Sommer: Grundzüge der Poetik. 1. Tertial: § 1—15; 2. Tertial: § 15—26; 3. Tertial: § 26—45. — d) Erläuterungen der Autoren. 1. und 2. Tertial: Schiller: Die Jungfrau von Orleans und Maria Stuart (Ausgabe von Schöningh); 3. Tertial: Wallensteins Lager; Piccolomini; Lessing: Minna von Barnhelm (Ausgabe Schöningh). — e) Übungen im freien mündlichen Vortrag. — Alle drei Wochen eine schriftliche Hausarbeit.

Langue allemande. 3 h — *a*) Exercices de composition, d'après le manuel de Sommer, Aufsatzlehre. 1er *trimestre*: p. 159—189; 2me *trimestre*: p. 189—206; 3me *trimestre*: p. 206—276. — *b*) Principes de style, d'après le manuel de O. Lyon: Kurzgefasste deutsche Stilistik, 3me édition, 1893. 1er *trimestre*: § 1—14; 2me *trimestre*: § 14—28; 3me *trimestre*: § 28—44. — *c*) Poétique, d'après le manuel: Grundzüge der Poetik, von Dr Wilh. Sommer. 1er *trimestre*: § 1—15; 2me *trimestre*: § 15—26; 3me *trimestre*: § 26—45. — *d*) Explication d'auteurs. 1er et 2me *trimestre*: Schiller: Die Jungfrau von Orléans et Marie Stuart (édition Schœningh); 3me *trimestre*: Wallensteins Lager; Piccolomini; Lessing: Minna von Barnhelm (édition Schœningh). — *e*) Exercices de déclamation et d'élocution faits de vive voix. — Une rédaction toutes les trois semaines.

Französische Sprache. 3 St. — a) Litteraturkunde. 1. Tertial: Die französische Verslehre; die Tropen. 2. Tertial: Die Dichtungsarten: Die lyrische und die epische Poesie; 3. Tertial: die dramatische Poesie und die kleineren Dichtungsarten. Handbuch: Deltour, Principes de composition et de style, Delagrave, Paris. — b) Erklärung und Vortrag ausgewählter Stücke aus den verschiedenen Dichtungsarten. Handbuch: Charles André, Leçons de littérature et de morale. — c) Lesen und Erklären von Autoren. 1. Tertial: La Fontaine, Fables; 2. Tertial: Boileau, Satires, VI. IX; Epîtres VI, VII, XI; 3. Tertial: Corneille, Horace. — d) Privatlektüre. — Alle drei Wochen eine schriftliche Hausarbeit.

Lateinische Sprache. 7 St. — a) Übersetzen in Bergers stilistischen Übungen, von Dr Müller, 7. Aufl. Weidmann, Berlin. 1 St. 1. Tertial: IV. §§ 1—15; 2. Tertial: V. §§ 15—26; Wiederholung; 3. Tertial: V. §§ 1—30; Wiederholung. — b) Übersetzung und Erklärung der Autoren. 6 St. 1. u. 2. Tertial: Livius: Buch XXII. Ausgabe Riemann. Hachette. 4. St. Virgils Aeneide. Auszüge aus dem I., II. u. VI. Buch. 2 St. 3 Tertial: Sallustius' Catilina, Ausgabe v. Lallier, Hachette. 3 St. Virgils Aeneide: Auszüge aus dem VIII., IX. u. XII. Buche. 3 St. Gedächtnisübungen. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Griechische Sprache. 4 St. — a) Grammatik von Curtius-Hartel, letzte Ausg. 1. Tertial: Kap. 21; 2. Tertial: Kap. 22 und 23; 3. Tertial: Kap. 24 und 25. — b) Übersetzung und Erklärung der Autoren: Xenophons Hellenika. 2 St. 1. Tertial: 1. Buch; 2. Tertial: 2. Buch; Auszüge aus Herodot: Jakobs Attika (letzte Ausgabe). 2 St. 3. Tertial: Auswahl aus Homers Odyssée: II.—XXIV., 2 St. 1. und 2. Tertial: Homers Ilias, 1. Buch, 2 St. 3. Tertial: Gedächtnisübungen. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Mathematik. 3 St. — a) Algebra. 1. Tertial: Gleichungen vom 2. Grade mit einer Unbekannten; Diskussion des Trinomen vom 2. Grad; Aufgaben; 2. Tertial: Gleichungen, welche sich auf eine Gleichung vom 2. Grade zurückführen lassen; Gleichungen vom 2. Grade mit mehreren Unbekannten; Aufgaben; 3. Tertial: Maxima und Minima; diophantische Gleichungen des 1. Grades; Wiederholung. Handbuch: Nouveau cours d'Algèbre, par M. Ph. André. — b) Geometrie, 2 St. 1. Tertial: 3. Buch, Aufgaben; 4. Buch, die 5 ersten Lehrsätze; 2. Tertial: 4. Buch, 5. Buch, Lehrsätze über die graden Linien und die

Langue française. 3 h. — *a*) Notions de littérature. 1er *trimestre*: La versification française; les tropes; 2me *trimestre*: Les genres littéraires en vers; la poésie lyrique et la poésie épique; 3me *trimestre*: Le poème dramatique et les genres secondaires. Manuel: Deltour, Principes de composition et de style, Delagrave, Paris. — *b*) Explication et récitation de morceaux choisis dans les différents genres de poésie. Manuel: Charles André, Leçons de littérature et de morale. — *c*) Lecture et explication d'auteurs français. 1er *trimestre*: La Fontaine, Fables; 2me *trimestre*: Boileau, Satires VI, IX; Epîtres VI, VII, XI; 3me *trimestre*: Corneille, Horace. — *d*) Lecture privée. - Une rédaction toutes les trois semaines.

Langue latine. 7 h. — *a*) Berger, Exercices de traduction, par Muller, 7me édition, Weidmann, Berlin. 1 h. 1er *trimestre*: Le verbe, §§ 1—15; 2me *trimestre*: Le verbe §§ 15—26; répétition; 3me *trimestre*: Les mots invariables: §§ 1—30; répétition. — *b*) Traduction et explication d'auteurs. 6 h. 1er et 2me *trimestre*: Tite-Live: livre XXII, édition Riemann, Hachette. 4 h. Virgile: Enéide, extraits des chants I, II, VI. 2 h. 3me *trimestre*: Salluste: Catilina, édition Lallier, Hachette. 3 h. Virgile: Enéide, Extraits des chants VIII, IX et XII. 3 h. Exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Langue grecque. 4 h. — *a*) Grammaire de Curtius-Hartel, dernière édition. 1er *trimestre*: Chap. 21; 2me *trimestre*: Chap. 22 et 23; 3me *trimestre*: Chap. 24 et 25. — *b*) Traduction et explication d'auteurs: Hellenica de Xénophon. 2 h. 1er *trimestre*: 1er livre; 2me *trimestre*: 2me livre; Extraits d'Hérodote: Attica de Jacobs (dernière édition). 2 h. 3me *trimestre*; extraits de l'Odyssée: livres II—XXIV, 2 h. 1er et 2me *trimestre*: le 1er livre de l'Iliade, 2 h.; 3me *trimestre*: Exercices de mémoire. — Un devoir par semaine.

Mathématiques. 4 h. — *a*) Algèbre, 2 h. 1er *trimestre*: équations du 2me degré à une inconnue, discussion de l'équation et du trinôme du 2me degré, problèmes; 2me *trimestre*: équations réductibles au 2me degré, systèmes d'équations du 2me degré à plusieurs inconnues, problèmes; 3me *trimestre*: Questions de maximum et de minimum, analyse indéterminée du 1er degré, problèmes, répétition. Manuel: Nouveau cours d'Algèbre, par M-Ph. André. — *b*) Géométrie, 2 h. 1er *trimestre*: 3me livre, problèmes; 4me livre, les 5 premiers théorèmes; 2me *trimestre*: 4me livre, 5me livre, théorèmes sur les lignes droites

Ebenen im Raume; 3. Tertial: 5. Buch. Lehrsätze über die körperlichen Ecken: 6. Buch, die 11 ersten Lehrsätze; Wiederholung. Handbuch von Legendre, Ausgabe Cambier.

Geschichte. 2 St. Eingehendere Behandlung der Geschichte des Mittelalters und der neuen Zeit, nach den Handbüchern von A. Herchen. 1. Tertial: Geschichte des Mittelalters: vom Beginn der Kreuzzüge bis zum Untergang der Hohenstaufen; 2. Tertial: Vom Untergang der Hohenstaufen bis zu den großen Entdeckungen der Portugiesen und Spanier; 3. Tertial: Neuere Geschichte: Von den großen Entdeckungen zur See bis zum dreißigjährigen Krieg, mit Berücksichtigung der gleichzeitigen Hauptthatsachen und wichtigern Epochen unserer Nationalgeschichte.

Geographie. 1 St. Eingehenderes Studium der Geographie Asiens, Afrikas, Amerikas und Australiens, namentlich in ihrem Verhältnis zur Geschichte. 1. Tertial: Asien; 2. Tertial: Afrika; 3. Tertial: Amerika und Australien. Geographische Lektüre und Skizzen.

Physikalische Wissenschaften. 3 St. — a) Physik. 1. Tertial: Vorbemerkungen; Schwerkraft; Fall der Körper; Pendel; Wage; Hydrostatik; Archimedisches Prinzip; specifisches Gewicht; 2. Tertial: Eigenschaften der Gase; Barometer; Mariotte'sches Gesetz; Manometer; Luftpumpe; Luftballons; Pumpen; 3. Tertial: Wärme; Akustik; Wiederholung. Handbuch: Précis de physique, par Fernet. — b) Chemie. 1. Tertial: Einleitung; Nomenclatur; Chemische Formeln; Wasserstoff; 2. Tertial: Die zweiwertigen Metalloide und ihre gebräuchlichsten Verbindungen; 3. Tertial: die ein- und dreiwertigen Metalloide und ihre gebräuchlichsten Verbindungen; Wiederholung. Handbuch: Chimie usuelle, par J. F. Chambert.

Englische Sprache. 2 St. Wahlfreies Fach. Handbücher: Englische Schulgrammatik von Gurcke; Plate; Blossoms from the English Literature.

Zeichnen. 1 St Wahlfreies Fach. — Freihandzeichnen: Zeichnen nach dem Gipsmodell: Architektonische Motive, Masken, Köpfe, Figuren u. s. w.; Landschaftsstudien nach Vorlagen und nach der Natur; Aquarellmalerei. — b) Linearzeichnen: Projektionszeichnen (Anschauungsunterricht mit Anwendung einer Klapptafel und geometrischer Körper).

et les plans dans l'espace; 3me *trimestre* : 5me livre, théorèmes sur les angles solides ; 6me livre, les 11 premiers théorèmes; répétition. Manuel de Legendre, édition Cambier.

Histoire. 2 h. — Histoire plus approfondie du moyen âge et des temps modernes, d'après les manuels : d'A. Herchen. 1er *trimestre*: Histoire du moyen âge depuis le commencement des croisades jusqu'à la chute des Hohenstaufen; 2me *trimestre* : Depuis la chute des Hohenstaufen jusqu'aux grandes découvertes maritimes des Portugais et des Espagnols; 3me *trimestre* : Histoire des temps modernes : Depuis les grandes découvertes maritimes jusqu'à la guerre de 30 ans. On passera en revue les faits saillants et les périodes importantes de notre histoire nationale qui coïncident avec ces événements.

Géographie. 1 h. Étude plus approfondie de la géographie de l'Asie, de l'Afrique, de l'Amérique et de l'Océanie, particulièrement dans ses rapports avec l'histoire. 1er *trimestre*: L'Asie; 2me *trimestre*: L'Afrique; 3me *trimestre* : L'Amérique et l'Océanie. Lectures et croquis géographiques.

Sciences physiques. 3 h. — *a)* Physique. 1er *trimestre*: Notions préliminaires ; pesanteur; chute des corps; pendule; balance; hydrostatique; principe d'Archimède ; densité des corps ; 2me *trimestre* : Propriétés générales des gaz ; baromètres ; loi de Mariotte; manomètres ; machine pneumatique ; aérostats; pompes ; 3me *trimestre* : Chaleur; acoustique; Répétition. Manuel : Précis de physique, par Fernet — *b)* Chimie. 1er *trimestre* : Introduction ; nomenclature; notation chimique; hydrogène. 2me *trimestre*: Les métalloïdes diatomiques et leurs combinaisons usuelles ; 3me *trimestre*: Les métalloïdes mono- et triatomiques et leurs combinaisons usuelles ; répétition. Manuel : Chimie usuelle, par J. F. Chambert.

Langue anglaise. 2 h. Cours facultatif. Manuels : Englische Schulgrammatik von Gurcke ; Plate: Blossoms from the English Literature.

Dessin. 1 h. Cours facultatif. — *a)* Dessin à main levée : Dessin d'après le plâtre : fragments d'architecture, masques, têtes, figures, etc ; paysages d'après le modèle et d'après nature ; l'aquarelle. – *b)* Dessin linéaire: Projection (méthode intuitive avec emploi d'un tableau pliant et de solides géométriques).

I. Klasse. — Ire CLASSE.

Religionslehre. 2 St. Fortsetzung der Glaubenslehre: Die Gnade; die hl. Sakramente. Handbuch von Wilmers, 3. Ausgabe. 1. Tertial: §§ 139—158; 2. Tertial: §§ 159—181; 3. Tertial: §§ 182-205.

Deutsche Sprache. 3 St. – a) Erläuterung einiger Meisterwerke der deutschen Litteratur. 1. und 2. Tertial: Wallensteins Tod (Ausg. Schöningh). Wilhelm Tell (Ausg. Schöningh); 3. Tertial: Iphigenie (Ausg. Schöningh). – b) Zergliederung gewählter Reden; rhetorische Übungen; – c) Deklamation; freie Vorträge über gegebene oder selbstgewählte Stoffe. — d) Privatlektüre. — Monatlich ein Aufsatz.

Französische Sprache. 4 St. – a) Aufsatzlehre und Rhetorik. 1. Tertial: Die Redefiguren; 2. und 3. Tertial: Die Hauptregeln der Redekunst und die Abhandlung. Handbuch: Deltour, Principes de composition et de style. Delagrave, Paris. — b) Erklärung und Vortrag ausgewählter Stücke. Handbuch: Charles André, Leçons de littérature et de morale. — c) Lesen und Erklären von Autoren. 1. Tertial: Bridaine, le Sermon de dix minutes; Corneille, le Cid (Ausgabe Sengler); 2. Tertial: Corneille, le Cid (suite; Bossuet, oraison funèbre du Prince de Condé; 3. Tertial: Racine, Britannicus, (éd. Anthoine, Hachette); Litterarische Zergliederungen. — d) Privatlektüre. — Ein Aufsatz monatlich.

Lateinische Sprache. 7 St. — 1. Tertial: a) Erklärung und Übersetzung ausgewählter Reden Ciceros. 4 St.; b) Erklärung und Übersetzung ausgewählter Oden des Horaz. 2 St.; c) Übersetzen der Berger'schen Übungen (Periodenbau). 1 St.; 2. Tertial: a) Ciceros Reden. 4 St.; b) Oden des Horaz. 2 St.; c) Übersetzen in Berger. 1 St.; 3. Tertial: a) Ciceros Reden. 2 St.; b) Germania des Tacitus. 2 St.; c) Epoden, Satiren und Episteln des Horaz. 2 St.; d) Berger. 1 St. Handbücher: Cicero: die vier catilinarischen Reden; Pro lege Manilia; Pro Milone; Sommer, ausgewählte Oden, Satiren und Episteln von Horaz. Hachette, Paris; Die Germania von Tacitus: Stilistische Übungen der lat. Sprache, von Berger, 7. Auflage, neu bearbeitet von Dr. Müller, Weidmann, Berlin. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich.

Doctrine chrétienne. 2 h. Le dogme catholique: de la grâce, des saints sacrements. Manuel de Wilmers, 3me édition. 1er trimestre: §§ 139—158; 2me *trimestre*: §§ 159—181; 3me *trimestre*: §§ 182—205.

Langue allemande. 3 h. — *a*) Examen critique de quelques chefs-d'œuvre de la littérature allemande 1er et 2me *trimestre*: Wallensteins Tod; Wilhelm Tell; 3me *trimestre*: Iphigénie — *b*) Analyse littéraire de discours choisis parmi les orateurs allemands: exercices de composition oratoire; — *c*) déclamation; discours sur des sujets donnés ou choisis par l'élève. — *d*) Lecture privée. — Une rédaction par mois

Langue française. 4 h — *a*) Principes de composition et de rhétorique. 1er *trimestre*: Les figures de pensée; 2me et 3me *trimestre*: Notions principales de rhétorique; la dissertation. Manuel: Deltour, Principes de composition et de style, Delagrave, Paris — *b*) Explication et récitation de morceaux choisis des classiques français. Manuel: Charles André, Leçons de littérature et de morale. — *c*) Lecture et explication d'auteurs français. 1er *trimestre*; Bridaine, le sermon de dix minutes; Corneille, le Cid (édition Sengler); 2me *trimestre*: Corneille, le Cid (suite); Bossuet, Oraison funèbre du Prince de Condé; 3me *trimestre*: Racine, Britannicus (édition Anthoine, Hachette); Analyses littéraires. — *d*) Lecture privée. — Une rédaction par mois.

Langue latine. 7 h. – 1er *trimestre*: *a*) Explication et traduction de discours choisis de Ciceron. 4 h.; *b*) Explication et traduction des odes d'Horace. 2 h; *c*) Traduction des exercices de Berger. 1 h.; 2me *trimestre*: *a*) Discours de Cicéron. 4 h; *b*) Odes d'Horace. 2 h.: *c*) Traduction de Berger. 1 h.; 3me *trimestre*: *a*) Discours de Cicéron. 2 h.; *b*) Germania de Tacite. 2 h.; *c*) Épodes, satires et épîtres d'Horace, 2 h.; *d*) Traduction de Berger. 1 h. Manuels: Cicéron: les quatre Catilinaires, Pro lege Manilia, Pro Milone; œuvres choisies d'Horace, édition Sommer, Hachette. Paris; Tacite, de moribus Germanorum; Stilistische Uebungen der lat. Sprache, von Berger, 7. Auflage, revue par le Dr Müller, Weidmann Berlin. — Un devoir par semaine.

Griechische Sprache. 4 St. — a) Demosthenes. 2 St. — 1. Tertial: 1. Philippika; 2. Tertial: 2. Philippika und die erste Hälfte der 3.; 3. Tertial: Die 2. Hälfte der 3. Philippika; b) Auszüge aus Thukydides das ganze Jahr hindurch. 1 St. c) Auswahl aus Homers Ilias, B. II—XXIV, 1 St das ganze Jahr hindurch; d) Auszüge aus Lysias und Isokrates während des 3. Tertials. Handbücher: Démosthène, les 4 Philippiques (édit. Weil, Hachette, Paris); Homère, Iliade (édition Pierron, Hachette) und Jacobs Attika. Gedächtnisübungen. — Alle vierzehn Tage eine Hausarbeit.

Mathematik. 4 St. — a) Algebra. 1 St. 1. Tertial: Progressionen; 2. Tertial: Logarithmen; 3. Tertial: Zinseszinsrechnungen; Wiederholung. Handbuch: Nouveau cours d'Algèbre, par M. Ph. André. Geometrie. 2 St. — 1. Tertial: 6. Buch (anzufangen bei Lehrsatz XII); 7. Buch, die 6 ersten Lehrsätze. — 2. Tertial: 7. Buch. — 3. Tertial: 8. Buch. Wiederholung. Handbuch von Legendre, Ausgabe Cambier. — c) Trigonometrie. 1. St. 1. Tertial: Verhältnisse der trigonometrischen Linien; 2. Tertial: Gebrauch der Logarithmentafeln; Trig. Gleichungen; 3. Tertial: Auflösung der Dreiecke; Wiederholung. Handbuch von M.-Ph. André. — Tables de logarithmes par F. I. C. Paris, Poussielgue.

Geschichte. 2 St. Eingehendere Behandlung der Geschichte der neueren und neuesten Zeit. 1. Tertial: Von dem dreißigjährigen Kriege bis zum Ausbruch der ersten französischen Revolution; 2. Tertial: Von der ersten französischen Revolution bis zur Revolution von 1830; 3. Tertial: Von der Revolution von 1830 bis zum Frieden von Frankfurt, 1871, mit Berücksichtigung der gleichzeitigen Hauptthatsachen und wichtigeren Epochen unserer Nationalgeschichte.

Geographie. 1 St. Mathematische Geographie und und allgemeine Geographie. 1. Tertial: Elemente der Kosmographie; 2. Tertial: Erdkugel: Meere, Kontinente, Luft; 3. Tertial: Allgemeine ethnographische, ökonomische und politische Geographie.

Physikalische Wissenschaften. 3 St. — a) Physik. 1. Tertial: Magnetismus; Elektrizität; 2. Tertial: Dynamische Elektrizität; 3. Tertial: Optik; Wiederholung. Handbuch: Précis de physique, par Fernet. — b) Chemie. 1. Tertial: Der Kohlenstoff und seine gebräuchlichsten Verbindungen; 2 Tertial: Leuchtgas; allgemeine Eigenschaften der Metalle; die einwertigen Metalle und ihre wichtigsten Verbindungen; 3. Tertial: Calcium, Eisen und ihre gebräuchlichsten Verbindungen; Wiederholung. Handbuch: Chimie usuelle, par F.-J. Chambert.

Langue grecque. 4 h. – *a)* Démosthène. 2 h. 1er *trimestre*: 1re Philippique; 2me *trimestre*: 2me Philippique et la première moitié de la troisième; 3me *trimestre*: la deuxième moitié de la 3me Philippique; *b)* Extraits de Thucydide, *pendant toute l'année.* 1 h.; *c)* Extraits de l'Iliade, II–XXIV, pendant toute l'année 1 h. *d)* Extraits de Lysias et d'Isocrate, pendant le 3me *trimestre*. Manuels: Démosthène, les 4 Philippiques (édition Weil, Hachette, Paris); Homère, Iliade (édition Pierron, Hachette) et Attica de Jacobs. Exercices de mémoire. — Un devoir par quinzaine.

Mathématiques. 4 h. – *a)* Algèbre 1 heure. 1er *trimestre*: Progressions; 2me *trimestre*: Logarithmes; 3me *trimestre*: Problèmes d'intérêts composés et d'annuités; répétition. Manuel: Nouveau cours d'Algèbre, par André. — Géométrie. 2 h. — 1er *trimestre*: 6e livre (à partir de la prop. XII); 7e livre, les 6 premières propositions. — 2e *trimestre*: 7e livre. — 3e *trimestre*: 8e livre. *b)* Répétition. Manuel de Legendre, édition Cambier. *c)* Trigonométrie. 1 heure. 1er *trimestre*: Relations entre les lignes trigonométriques; 2me *trimestre*: Usage des tables de logarithmes; équations trigonométriques; 3me *trimestre*: Résolution des triangles; répétition. Manuel de trigonométrie, par André. —Tables de logarithmes par F. I. C., Paris Poussielgue.

Histoire. 2. h. Histoire plus approfondie des temps modernes. 1er *trimestre*: Depuis la guerre de 30 ans jusqu'à la première révolution française; 2me *trimestre*: Depuis la première révolution française jusqu'à la révolution de 1830; 3me *trimestre*: Depuis la révolution de 1830 jusqu'au traité de Francfort, 1871. On passera en revue les faits saillants et les périodes importantes de notre histoire nationale qui coïncident avec ces événements.

Géographie. 1 h. Géographie mathématique et géographie générale. 1er *trimestre*: Éléments de cosmographie; 2me *trimestre*: Étude générale du globe terrestre: les océans, les continents, l'atmosphère; 3me *trimestre*: Géographie ethnographique, économique et politique générale.

Sciences physiques. 3 h. – *a)* Physique. 1er *trimestre*: Magnétisme; électricité; 2me *trimestre*: Électricité dynamique; 3me *trimestre*: Optique; répétition. Manuel: Précis de physique, par Fernet. — *b)* Chimie, 1er *trimestre*: Carbone; oxyde de carbone; acide carbonique; 2me *trimestre*: Gaz d'éclairage; propriétés générales des métaux; alliages; les métaux monoatomiques et leurs combinaisons les plus importantes; 3me *trimestre*: Le calcium, le fer et leurs combinaisons usuelles; répétition. Manuel: Chimie usuelle par F.-J. Chambert.

Zeichnen. 3 St. Wahlfreies Fach. — a) Freihandzeichnen: Fortsetzung des Zeichnens nach der Natur; Aquarellmalerei; Landschaftsstudien u. s. w. — b) Linearzeichnen: Architektonische Profile; Zeichnen von Architektur- und Maschinenteilen; Skizzen nach dem plastischen Modell; Topographisches Zeichnen.

Dessin. 3 h. Cours facultatif. — *a*) Dessin à main levée: Continuation du dessin d'après nature; aquarelle; paysage, etc. — *b*) Dessin linéaire: Profils d'architecture; dessin d'architecture et de machines exécuté sur des croquis côtés pris sur des modèles en nature; dessin topographique.

Höhere Kurse. — COURS SUPÉRIEURS.

Philosophie und Litteratur. — PHILOSOPHIE ET LITTERATURE.

Lateinische Sprache. 6 St. — a) Erklärung der Schriftsteller, 4 St. 1. Tertial: Cicero, de oratore. 3 St.; Erklärung ausgewählter Satiren des Juvenal in der Chresthomathia Juvenaliana von Dötsch. Engelmann, Leipzig, 1 St.; 2. Tertial: Die Annalen des Tacitus. 3 St.; schwierige Stellen aus Livius. 1 St.; 3. Tertial: Die Annalen des Tacitus. 3 St.; Schwierige Stellen aus Livius. 1 St.; — b) Kurzgefaßte Darstellung der röm. Litteratur, 2 St. Handbuch: Vergniolle. Histoire abrégée de la littérature latine, Delagrave, Paris. 1. Tertial: Einleitung; Tragödie; Komödie; Epos; Didaktische Poesie; 2. Tertial: Satire; Lyrische Poesie; Elegie; Geschichte; 3. Tertial: Beredsamkeit; Roman; Epistolographie; Philosophie; Grammatik; Mathematik. Lektüre von Auszügen in der Sammlung von Bone: Lateinische Dichter, eine Auswahl für den Schulgebrauch. — Eine schriftliche Hausarbeit wöchentlich oder alle 14 Tage.

Langue latine. 6 h — *a*) Explication d'auteurs. 4 h. 1$^{\text{er}}$ *trimestre*: Cicéron, de oratore. 3 heures; Explication et traduction de Juvénal, dans la chrestomathia Juvenaliana de Dœtsch. Engelmann, Leipzig, 1 h; 2$^{\text{me}}$ *trimestre* Annales de Tacite. 3 h.; Tite-Live, passages difficiles 1 h; 3$^{\text{me}}$ *trimestre*: Annales de Tacite. 3 h. Tite-Live, passages difficiles. 1 h.; — *b*) Aperçu de l'histoire de la littérature latine. 2 h. Manuel: Vergniolle, Histoire abrégée de la littérature latine, Delagrave, Paris 1$^{\text{er}}$ *trimestre*: Introduction; tragédie; comédie; épopée; poésie didactique; 2$^{\text{me}}$ *trimestre*: Satire ; poésie lyrique; poésie élégiaque; histoire; 3$^{\text{me}}$ *trimestre*: Eloquence; roman; genre épistolaire; philosophie; grammaire; mathématiques Lecture d'extraits dans la chrestomathie de Bone: Lateinische Dichter, eine Auswahl für den Schulgebrauch. — Un devoir par semaine ou par quinzaine.

Griechische Sprache. 3 St. — Demosthenes: Rede vom Kranze (Ausgabe Weil, Hachette). 2 St., während des 1. u. 2. Tertials; Plato: Apologie des Sokrates. 1 St., während des 1. u. 2. Tertials; Auszüge aus Thukydides. 1 St., während des 3. Tertials; Sophokles, Antigone (Ausg. Tournier. Hachette). 2 St., während des letzten Tertials. — Jedes Vierteljahr zwei schriftliche Hausarbeiten.

Langue grecque. 3 h. — Démosthène; Discours sur la couronne (édition Weil, Hachette). 2 h. *pendant les deux premiers trimestres*; Platon, Apologie de Socrate. 1 h. *pendant les 1$^{\text{er}}$ et 2$^{\text{me}}$ trimestres*; extraits de Thucydide. 1 h. *pendant le dernier trimestre*; Sophocle, Antigone (édit. Tournier, Hachette). 2 h., *pendant le dernier trimestre*. — Deux devoirs par trimestre.

Deutsche Sprache. 4 St. — a) Geschichte der deutschen Litteratur nach dem Handbuch von Hüppe: Geschichte der deutschen Nationalliteratur. 4. Aufl. 1894. Schöningh, Paderborn. 2 St. 1. Tertial: §§ 1—21; 2. Tertial: §§ 22 53; 3. Tertial: §§ 54—86; b) Lektüre und Erklärung von Meisterwerken des 13., 18. und 19. Jahrhunderts: Meisterwerke des 13. Jahrhunderts (in der Übersetzung); Götz von Berlichingen; Torquato Tasso; Egmont. Handbuch: Proben zur Geschichte der deutschen Litteratur, von Bern. Schultz. Litterarische Zergliederungen. 2 St. — Ein Aufsatz monatlich.

Langue allemande. 4 h. — *a*) Histoire de la littérature allemande, d'après la manuel de Hüppe: Geschichte der deutschen Nationalitteratur. 4$^{\text{me}}$ édition, 1894. Schœningh. Paderborn. 2 h. 1$^{\text{er}}$ *trimestre*. §§ 1—21; 2$^{\text{me}}$ *tirmestre*: §§ 22—53; 3$^{\text{me}}$ *trimestre*: §§ 54—86; — *b*) lecture et explication des chefs-d'œuvre du XIII$^{\text{e}}$, du XVIII$^{\text{e}}$ et du XIX$^{\text{e}}$ siècle: Chefs-d'œuvre du XIII$^{\text{e}}$ siècle (dans la traduction); Götz von Berlichingen; Torquato Tasso; Egmont. Manuel de Bern. Schulz: Proben zur Geschichte der deutschen Litteratur. Analyses littéraires. 2 h. — Une rédaction par mois.

Französische Sprache. 4 St. — a) Geschichte der französischen Litteratur nach dem Handbuch von Doumic, Histoire de la littérature française, Delaplane, Paris. 1. Tertial: §§ 1—12; 2. Tertial: §§ 12—22; 3. Tertial: §§ 22-37. — b) Lesen und Erklären ausgewählter Stücke nach dem Handbuche von Merlet, les classiques français du IXe au XIVe siècle. 2 St. — c) Lesen und Erklären von Autoren. 1. Tertial: Corneille: Cinna, Polyeucte; 2. Tertial: Polyeucte (suite); Racine: Andromaque; 3. Tertial: Bossuet, Oraisons funèbres; Pascal, Pensées. Litterarische Zergliederungen, 2 St. — Ein Aufsatz monatlich.

Philosophie. 8 St. — a) 1. und 2. Tertial: Logik; empirische und rationelle Psychologie; 3. Tertial: Moralphilosophie; Wiederholung. 6 St. Handbuch: Dr. Alb. Stöckl, Grundzüge der Philosophie. — b) Zergliederung und Erklärung philosophischer Werke: Traité de l'existence de Dieu, par Fénelon; Traité de la connaissance de Dieu et de soi-même, par Bossuet. Kontrolle der Privatlektüre und Kritik der nach dieser Lektüre verfaßten Aufsätze. 2 St. — Jedes Vierteljahr zwei Aufsätze.

Geschichte. 3 St. — a) Eingehendere Behandlung der neuesten Geschichte, hauptsächlich unter dem Gesichtspunkte der politischen Einrichtungen und der Kultur nach dem Handbuch: Histoire contemporaine, par Gust. Hubault. 3 St. 1. Tertial: Von der ersten französischen Revolution bis zur Errichtung des Kaiserreichs; 2. Tertial: Von der Errichtung des Kaiserreichs bis zur Juli-Revolution; 3. Tertial: Von der Juli-Revolution bis zur Gegenwart. — b) Vaterländische Geschichte nach dem Handbuch von Schötter: Geschichte des Luxemburger Landes. 1. St. 1. Tertial: Von den Uranfängen bis zum Erlöschen des Hauses der Ardenner Grafen; 2. Tertial: Von dem Erlöschen des Ardenner Grafenhauses bis zur burgundischen Herrschaft; 3. Tertial: Von der burgundischen Herrschaft bis zur Gegenwart. — Jedes Vierteljahr zwei Aufsätze.

Römische Altertümer. 2 St. Die römischen Altertümer mit besonderer Berücksichtigung der politischen Einrichtungen. 1. Tertial: Einführung, Connubium, Commercium, Servitus, Clientela; 2. Tertial: das Volk, seine Klassen und seine verschiedenen Einteilungen; die Staatsverwaltung: Komitien, Senat, Behörden; 3. Tertial: Gerichtliche Verfassung, Einrichtung und Verwaltung der Provinzen, Finanzen, Heeresverfassung, Kultus.

Langue française. 4 h. — *a*) Histoire de la littérature française, d'après le manuel de Doumic: Histoire de la littérature française, Delaplane, Paris. 1er *trimestre*: §§ 1-12; 2me *trimestre*: §§ 12—22; 3me *trimestre*: §§ 22-37. — *b*) Lecture et explication de morceaux choisis. Manuel: Merlet, les classiques français du IXe au XIXe siècle. 2 h. — *e*) Explication d'auteurs français. 1er *trimestre:* Corneille: Cinna, Polyeucte; 2me *trimestre*: Polyeucte (suite); Racine: Andromaque; 3me *trimestre*: Bossuet, Oraisons funèbres; Pascal, Pensées. Analyses littéraires. 2 h. — Une rédaction par mois.

Philosophie. 8 h. — *a*) 1er et 2me *trimestre*: Logique; psychologie empirique et rationnelle; 3me *trimestre*: Philosophie morale; répétition. 6 h. Manuel: Dr Alb. Stöckl, Grundzüge der Philosophie. — *b*) Analyse et interprétation d'ouvrages philosophiques: Traité de l'existence de Dieu, par Fénelon; Traité de la connaissance de Dieu et de soi-même, par Bossuet. Lecture privée à contrôler par le professeur et critique des rédactions faites d'après cette lecture. 2 h. — Deux rédactions par trimestre.

Histoire. 3 h. — *a*) Histoire contemporaine plus approfondie considérée surtout au point de vue des institutions politiques et de la civilisation, d'après le manuel: Histoire contemporaine, par Gustave Hubault 2 h. 1er *trimestre*: Depuis la 1re révolution française jusqu'à l'établissement de l'empire; 2me *trimestre*: Depuis l'établissement de l'empire jusqu'à la révolution de juillet; 3me *trimestre* - Depuis la révolution de juillet jusqu'à nos jours. *b*) Histoire nationale, d'après le manuel de Schœtter: Geschichte des Luxemburger Landes. 1 h. 1er *trimestre*: Depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'existence de la dynastie des comtes d'Ardenne; 2me *trimestre*: Depuis l'existence de la maison d'Ardenne jusqu'à la domination bourguignonne; 3me *trimestre*: Depuis la domination bourguignonne jusqu'à nos jours. — Deux rédactions par trimestre.

Antiquités romaines. 2 h. Les antiquités romaines traitées principalement au point de vue des institutions politiques 1er *trimestre*; Introduction, Connubium, commercium, servitude, clientèle; 2me *trimestre*: Le peuple, ses ordres et ses différentes divisions; l'administration de l'Etat: Comices, sénat, magistrats; 3me *trimestre*: Organisation judiciaire, organisation et administration provinciale, finances, organisation militaire, culte.

Die Hilfssprache
für die einzelnen Lehrfächer.

Der Unterricht wird in deutscher und in französischer Sprache erteilt.

In deutscher Sprache werden gelehrt: Religionslehre, deutsche, griechische und lateinische Sprache (bis III^a^ incl.), englische Sprache, Geschichte (in den drei untern Klassen), Geographie (in den vier untern Klassen) und Philosophie.

In französischer Sprache werden gelehrt: Französische Sprache, lateinische und griechische Sprache von II^a^ ab, Mathematik, Geschichte von IV^a^ und Geographie von III^a^ ab, römische Altertümer, Naturgeschichte, Physik und Chemie.

LANGUE VÉHICULAIRE
pour chaque matière d'enseignement.

Les langues véhiculaires sont l'allemand et le français.

La langue allemande est la langue véhiculaire pour les branches suivantes: doctrine chrétienne, langue allemande, langues grecque et latine (jusqu'en III^e^ incl.), langue anglaise, histoire (dans les trois classes inférieures), géographie (dans les quatre classes inférieures) et philosophie.

La langue française est la langue véhiculaire pour les branches suivantes: langue française, langues grecque et latine à partir de la II^e^, mathématiques, histoire à partir de la IV^e^ et géographie à partir de la III^e^, antiquités romaines, histoire naturelle, physique et chimie.

Accessorische und fakultative Kurse. — COURS ACCESSOIRES ET FACULTATIFS.

Zeichnen. — Den Schülern ist an allen Schultagen von 11—12 Uhr die Zeichenschule zugänglich.

Vokal- und Instrumentalmusik. — In Gemäßheit des Art. 2 des Reglements des philharmonischen Vereins am Athenäum können alle Schüler, welche die notwendigen Vorkenntnisse besitzen, um sich am Orchester und an den Gesangchören zu beteiligen, zu Mitgliedern des Vereins aufgenommen werden.

Der Verein enthält drei Abteilungen: Die Abteilung für Gesang: wöchentlich zwei Proben; die Abteilung für Symphonie: wöchentlich eine Probe; die Abteilung für Harmonie: wöchentlich zwei Proben. Die Mitglieder der letzten Abteilung erhalten auch wöchentlich zweimal Unterricht auf Blasinstrumenten.

Fechtkunst. — Nicht verbindlicher Kursus. 5 St. wöchentlich, nur den Schülern der 1. Klasse und des Oberkursus zugänglich.

Turnen. — Dieser Kursus ist verbindlich für die Schüler der zwei unteren Klassen und wahlfrei für die andern Schüler des Gymnasiums.

Silentium. — Im Wintersemester täglich 2 St. abends: 14 St. wöchentlich. Im Sommersemester an allen Schultagen 1½ St. morgens, 1½ St. abends, mit Ausnahme des Donnerstags. 16½ St. wöchentlich.

Dessin — L'école de dessin est ouverte aux élèves les jours de classe de 11 heures à midi.

Musique vocale et instrumentale. — D'après l'art. 2 du règlement de la société philharmonique de l'athénée, tous les élèves qui possèdent les connaissances nécessaires pour coopérer à l'orchestre ou dans les chœurs, peuvent être reçus membre de cette société.

La société comprend trois sections, savoir: la section de chant, ayant deux répétitions par semaine; la se tion de symphonie, qui a une répétition par semaine; la section d'harmonie, qui tient deux répétitions par semaine. Les membres de cette dernière section suivent, au besoin, deux fois par semaine, des cours d'instruments à vent.

Escrime. — Cours facultatif, accessible seulement aux élèves de la 1^re^ classe et des cours supérieurs. 5 heures par semaine.

Gymnastique. — Ces exercices sont obligatoires pour les élèves des deux classes inférieures et facul tatifs pour tous les autres élèves du gymnase.

Silences. — Semestre d'hiver, chaque jour, le soir 2 h.: 14 h. par semaine. Semestre d'été, 1½ h. le matin et, à l'exception du jeudi, 1½ h. le soir, les jours de classe: 16½ h. par semaine.

CHRONIQUE DE L'ÉTABLISSEMENT.

I. — Législation scolaire.

Décision ministérielle du 8 juillet 1901 :

Monsieur le Directeur, Les examens de maturité et de passage ont lieu à une époque de l'année où la chaleur est accablante Après avoir travaillé, avec intensité, pendant quatre heures de la matinée, les élèves ne sont plus guère capables, dans l'après midi, d'un effort intellectuel soutenu et se trouvent ainsi placés dans des conditions défavorables, tant au point de vue de la santé, que par rapport à la réussite de l'épreuve.

J'ai en conséquence l'honneur de vous informer que cette année l'épreuve écrite de l'examen de maturité aura lieu dans la matinée des 15, 16, 17, 18, 19 et 20 juillet et que l'après-midi les élèves sont libres.

De plus, j'ai distancé de 5 jours l'épreuve orale de l'epreuve écrite Les élèves pourront se reposer et les membres de la commission corriger à leur aise les copies des élèves.

Pour ce qui concerne l'examen de passage, l'application de cette mesure se heurte contre certaines difficultés qu'il ne sera pas facile d'écarter pour le moment, parce que l'épreuve écrite, pour chaque branche, doit avoir lieu le même jour et aux mêmes heures dans les établissements d'enseignement gymnasial et dans les établissements d'enseignement industriel. Le jours où tous ces établissements disposeront des locaux nécessaires, la mesure en question pourra également être étendue à l'examen de passage.

Le Directeur Général des Finances,
M. MONGENAST.

II. — Clôture de l'année scolaire 1899—1900.

La distribution solennelle des prix a eu lieu dans la grande salle de l'athénée, le samedi, 4 août, à cinq heures de l'après-midi, sous la présidence de Monsieur Mongenast, Directeur général des finances. A cette occasion, Monsieur le professeur Schmitz prononça le discours suivant :

Monsieur le Directeur général,
Mesdames, Messieurs,
Chers élèves,

On s'est demandé quelle qualification caractériserait le siècle qui va finir. Ceux qui sont placés au milieu de l'activité économique, ont proposé de le nommer siècle de la vapeur ou siècle des machines ; des politiques voulaient le nommer siècle de la démocratie ; des penseurs enfin ont jugé que l'instruction, comprise dans le sens le plus étendu du mot, mériterait de donner à ce siècle sa formule. Jamais, en effet, on n'a fait autant d'efforts pour mettre les masses en contact avec les idées, qui constituent comme le patrimoine du genre humain. Et ce sont les idées qui font la civilisation. La prospérité matérielle peut contribuer au bonheur d'un peuple, peut même stimuler la culture des arts et des sienees en procurant le loisir à un plus grand nombre, mais, dans l'ordre de la nature, le progrès moral et intellectuel restera toujours la fin suprême de l'humanité.

Ce même siècle vit, à ces premiers débuts, inaugurer l'organisation des études classiques sous la forme du gymnase allemand et du lycée français. La création définitive de notre Athénée a été faite à l'imitation du gymnase allemand.

En vous remerciant, Messieurs. au nom de notre corps enseignant, d'avoir bien voulu rehausser par votre présence la solennité de cette fête en l'honneur de notre jeunesse studieuse, je fais appel à votre bienveillance et à l'intérêt que vous avez toujours témoigné à la culture des lettres, pour retracer devant vous l'histoire de l'enseignement classique pendant le dix neuvième siècle.

Dans sa base essentielle, formée par les études grecques et latines, le système d'enseignement littéraire, inauguré par la création du gymnase et du lycée, s'est maintenu jusqu'à ce jour en France et en Allemagne et s'y maintiendra longtemps encore, bien qu'il ait été, dans les deux pays, l'objet de controverses passionnées qui semblent, pour le moment, tendre à s'apaiser.

En effet, la trêve momentanée n'est que d'apparence et de superficie, car les questions engagées, qui se présentent comme des questions pédagogiques, ont un caractère bien plus général et ne trouveront jamais de solution difinitive. Le grand problème de l'enseignement secondaire est lié aux intérêts politiques et religieux, et puis c'est une question sociale. Il doit donc heurter, à priori, à des divergences irréductibles.

Les exigences idéales de la culture humaine et les préoccupations matérielles plus variables que les premières se disputeront toujours le rang de nos programmes ; le caractère des premières restera toujours plus noble, plus aristocratique, les sollicitations des intérêts matériels seront plus pressantes, auront plus de prise sur les masses. Il serait également dangereux d'exclure les unes ou les autres Il faut concilier. Le moyen terme appliqué pour une fois sera soumis à la variation, devra souvent être renouvelé. Aussi l'histoire de l'éducation est-elle féconde en retours.

Déjà l'époque de la naissance du gymnase moderne, le commencement de ce siècle, est marquée par un de ces revirements subits. Pendant la Révolution et dans le siècle qui le précédait, l'éducation classique était négligée. Alors plus que de nos jours l'esprit scientifique grandissant faisait valoir ses prétentions. Diderot et Condorcet posèrent hardiment la question : A quoi sert-il d'apprendre des langues mortes ? Ne faut-il pas substituer à cette éducation, toute de forme, l'éducation fondée sur l'étude des sciences ? Le président Rolland disait que la langue française avait produit assez de chefs-d'œuvre pour qu'on pût renoncer à chercher des modèles dans les littératures anciennes. Diderot trouvait même que l'esprit des auteurs anciens était incompatible avec les idées modernes. Le programme des écoles centrales reléguait au second plan l'étude des littératures classiques.

En même temps un mouvement de Renaissance d'humanisme partit de l'Allemagne, où Herder, suivi de nombreux écrivains allemands qui illustraient cette époque, avait donné l'appel. Herder disait : « La nature et la Grèce, c'est tout un. Le Grec, c'est l'homme tel qu'il est sorti des mains de la nature. Il faut donc nous assimiler les écrits des Grecs pour en faire passer l'esprit dans le cœur de la jeunesse et pour développer en elle la semence de l'humanité : « Bildung zur Humanität », tel est le dernier mot de l'éducation. Le génie de l'humanité nous parle par les œuvres des Grecs. Sentir, voir, goûter ce qui est antique, se former d'après l'antique, rivaliser avec l'antique, c'est la tâche qui s'impose aux générations nouvelles ».

Cet appel inaugura des temps nouveaux. Des aspirations d'un autre ordre encore devaient l'appuyer. L'Allemagne, voulant se créer une littérature classique, aima mieux aller à l'école de la Grèce, la commune éducatrice des nations modernes, qu'à l'école des peuples voisins. Lessing avait opposé les pièces de Sophocle à celles de Voltaire. Klopstock transportait en allemand les hardiesses de la lyrique grecque, Winckelmann éclairait l'histoire de l'art d'idées nouvelles. On se plut même à affirmer une parenté spéciale entre le génie grec et le genie germanique. Le grec fut mis au premier plan.

Des élèves de Herder continuèrent ses idées. Frédéric-Auguste Wolf devint le théoricien du nouvel humanisme ; Guillaume de Humboldt, devenu ministre de l'instruction publique en Prusse dans un de ces instants décisifs (1809) où tout était à refaire, transporta l'esprit nouveau jusque dans les régions les plus élevées du pouvoir. Il créa le gymnase qui devint l'école commune des classes supérieures en Prusse.

L'enivrement se communiqua à la France. Les écoles centrales, qui étaient restées désertes, furent remplacées par le lycée, imitation du gymnase allemand. La France se rappela que ses œuvres classiques, qui font sa gloire à jamais, s'étaient jadis écloses sous l'influence des traditions helléniques et romaines, adoucies par l'esprit chrétien et français ; elle comprit que ses œuvres illustres ne sauraient être comprises en dehors de ces traditions qui les avaient nourries, et que le génie français, façonné par la culture grecque et romaine, avait dû son influence intellectuelle dans le monde à ce flambeau sacré que les générations d'ancêtres s'étaient successivement passé de mains en mains.

Retourner à ces traditions, c'était pour la France comme le retour à une patrie idéale. Et tel est le prestige qu'a conservé jusqu'à ce jour l'enseignement classique dans ce pays, que sa déchéance serait regardé comme un malheur auquel les partisans les plus résolus de l'enseignement scientifique ne pourraient se résigner.

Toutefois la culture classique a dû se défendre contre la poussée de toutes les sciences, dont le progrès est une des gloires incontestées de notre époque. La connaissance de la nature a été approfondie, élargie. Des sciences ont été créées ou prodigieusement amplifiées grâce à une alliance intime du laboratoire et de l'usine et à une pénétration incessante des découvertes scientifiques dans la pratique industrielle. L'impire que l'homme a acquis sur la nature a augmenté le bien-être général dans des proportions dont nous ne pouvons guère mesurer l'étendue.

Cette évolution dans la vie économique et sociale ne saurait rester sans influence sur l'enseignement secondaire. Les hommes d'Etat sont obligés d'en tenir compte pour adapter l'éducation de la jeunesse aux besoins de l'époque. Les programmes sont corrigés, complétés remaniés, d'autant plus souvent que la marche progressive des connaissances, du commerce et de l'industrie devient plus rapide.

Au développement des sciences s'ajoute l'histoire, qui a été tellement renouvelée qu'elle semble avoir ses origines près de nous. L'empereur d'Allemagne, déclarant qu'il fallait aller de Sedan à Marathon, signifiait que l'histoire contemporaine est le point essentiel à envisager; il désire que la jeunesse soit élevée dans une juste défiance des principes de la Révolution et dans la reconnaissance envers la monarchie et la dynastie régnante; nos voisins d'Ouest demandent que l'histoire de France, surtout celle du 19e siècle, prenne la place de l'histoire ancienne et que les enfants soient imprégnés des idées démocratiques modernes.

Les langues étrangères prennent une place de plus en plus grande, à mesure que des nations voisines étendent leur action au loin, ouvrent de nouveaux débouchés au commerce et se créent une littérature nationale.

Ces modifications dans la vie des peuples réclament une place dans les programmes et imposent à la jeunesse moderne une plus grande somme de travail intellectuel. Il s'agit de concilier les exigences scientifiques modernes avec la culture classique, de satisfaire les réclamations légitimes de l'époque sans entamer sérieusement les intérêts supérieurs, essentiels de toute culture humaine.

Il y a deux voies possibles: multiplier les types de l'enseignement, ou adapter le gymnase aux besoins multiples de l'époque. C'est en suivant la première voie qu'on a créé en Allemagne les écoles réales et les Réalgymnases, les premières sans études classiques, les secondes avec latin seulement, les deux comprenant neuf années d'études comme les gymnases. La France a créé dans le même sens l'enseignement moderne où les langues anciennes sont exclues.

En même temps on a remanié l'organisation des gymnases et lycées, pour leur donner une orientation plus pratique. On s'est appliqué à la tâche impossible de faire tenir dans un seul programme tout l'ancien système et tout le nouveau, efforts sans cesse renouvelés pour conserver l'unité de l'enseignement secondaire, tout en se prêtant aux exigences de plus en plus impérieuses de la culture scientifique. Ce remaniement des plans d'études a causé un malaise général: le surmenage en est le produit immédiat, et puis la solidité des études en a été ébranlée. L'enfant, toujours pressé et ne suffisant jamais tout à fait à sa tâche, risque fort de ne plus rien travailler à fond; voyant le rôle des études classiques diminuer, il résiste difficilement à la tentation de les négliger; l'enthousiasme manque du côté des élèves et des professeurs.

On a dit que le perfectionnement des méthodes compense la réduction du temps. En admettant cette compensation, il reste toujours un surcroit de travail pour l'élève, qui doit obtenir en moins de temps le même résultat qu'autrefois dans les branches classiques, et dont la tâche est en outre augmentée par les branches qui ont pénétré dans la place cédée par les langues anciennes. Voilà une des sources principales du surmenage. La tranquille sérénité si féconde pour les travaux de l'esprit a disparu des salles de classe.

D'autres difficultés ont été suscitées par la création de systèmes spéciaux d'enseignement avec base exclusivement scientifique. Ces nouvelles écoles réclament les mêmes sanctions d'études, les mêmes droits que possède l'enseignement classique. On avait voulu deux éducations: l'une libérale, ne visant pas à des fins immédiates, préparant l'élite des esprits cultivés et désintéressés auxquels revient la garde des intérêts permanents et supérieurs du pays; l'autre, pratique, utilitaire, qui, en élevant le niveau intellectuel et la puissance de production des hommes voués aux carrières pratiques, assure le développement du bien-être matériel de la population. On espérait, par ce moyen, éviter l'encombrement des carrières libérales, Mais, par une ironie du sort, on obtint un résultat tout contraire. En ouvrant l'accès des carrières libérales à ces jeunes gens après l'achèvement des études pratiques, en abaissant ainsi les barrières qui se dressent devant les fonctions publiques, on pousse un plus grand nombre dans les carrières libérales d'où en voulait les détourner. En France, l'enseignement moderne a déjà forcé les portes de l'Ecole de Saint-Cyr et veut que la Faculté de médecine lui soit ouverte. Le même phénomène se répète en Allemagne pour les Réalgymnases.

Un troisième procédé a été tenté dans les derniers temps. Pour le comprendre, nous devons considérer que le gymnase et le lycée admettent l'enfant à l'âge de neuf ans, lorsqu'il est encore impossible de fixer sa vocation. Si l'on reculait le latin de trois ans, un précieux délai serait accordé aux familles pour réfléchir, et, pendant les trois premières années de l'enseignement secondaire, tous les enfants pourraient recevoir la même instruction préparatoire, basée sur l'étude d'une langue étrangère. Ainsi la bifurcation prématurée entre les différents systèmes d'éducation disparaîtrait, l'encombrement des études classiques et, par suite, des carrières libérales serait évité.

Frappé de ces avantages, le Dr Reinhard a fondé, en 1892, la *Reformschule* ou *Einheitsschule* à Francfort-sur-le-Mein, comprenant neuf années d'études comme le gymnase, mais où le latin ne commence qu'à la 4e, le grec, à la 5e année d'études Les six classes supérieures ont en somme 52 h. de latin, le grec a dans les quatre classes en tout 32 h., soit 8 h. par année et par semaine. On ne peut encore juger de l'essai, qui ne produira son premier résultat qu'en 1901. L'intention du fondateur n'est pas d'affaiblir les études classiques, mais d'atteindre, avec une réduction des années d'études classiques, le résultat qu'obtient le gymnase actuel avec un programme de 62 h. de latin et de 36 h. de grec réparties sur neuf resp. six années. L'attention des familles est éveillée ; le gouvernement prussien observe à l'égard du mouvement une neutralité bienveillante ; plus de trente établissements municipaux se sont déjà réorganisés d'après les principes de Francfort.

Le mouvement inauguré par l'Ecole de Francfort semble avoir gagné la France. La Chambre des Députés a nommé, en 1899, une commission chargée de préparer la réforme de l'enseignement secondaire. Cette commission a procédé à une enquête parlementaire qui a éclairé tous les coins et recoins du problème. Sous la forme de conclusions, elle a présenté un rapport où elle trace les lignes générales de la réforme. L'enseignement classique serait divisé en deux cycles de trois années chacun ; le latin serait enseigné dans les six années, l'étude du grec commencerait avec la troisième année Arrivés au milieu de leurs études, les élèves pourraient se diriger vers l'enseignement moderne. L'idée, on le voit, est la même que celle dont on fait l'expérience à Francfort. On désire écarter les difficultés de communication et de pénétration entre les divers systèmes d'enseignement.

Témoins des efforts que font les nations de l'Europe pour mettre l'enseignement secondaire en rapport avec les besoins de la vie moderne, nous sommes invités à examiner la situation des études classiques à notre Athénée de Luxembourg. Si la lutte entre les différents sytèmes d'éducation est moins passionnée chez nous, les grandes questions dont il s'agit n'en forment pas moins le sujet des préoccupations de nos familles et de nos autorités publiques. L'enjeu de la lutte est la formation de l'élite de la jeunesse luxembourgeoise.

Heureusement, les conditions dans lesquelles le probléme se présente chez nous, sont, de fait, bien plus avantageuses qu'ailleurs. N'oublions pas que sous le couvert de l'antagonisme entre l'élément classique et l'élément moderne il y a d'autres facteurs qui agitent les esprits en France et en Allemagne. En Allemagne, c'est la question des dispenses militaires qui paralyse tous les efforts ; en France, ce sont les dissensions politiques et religieuses qui se trouvent au fond de la question des écoles ; l'enseignement y est regardé comme une arme de domination politique. Nous n'avons pas à compter avec ces difficultés. Nous pouvons aborder la solution de ces questions avec toute la sérénité d'esprit que peuvent donner la paix et l'union de tous, et nous pouvons orienter l'éducation de notre jeunesse, sans être sollicités par aucune autre préoccupation que celle de l'intérêt général. Nos écoles primaires donnant aux enfants de l'âge de 9 à 13 ans l'instruction commune basée sur l'étude d'une langue étrangère semblent même présenter, de fait, la solution vers laquelle convergent les réformes essayées à l'étranger.

Tenant compte des exigences de la vie moderne dans une sage mesure, notre Gouvernement a, par des changements successifs, cherché à amener dans notre enseignement secondaire le juste équilibre entre les intérêts divers. Attendons avec confiance le résultat de ces réformes.

L'écueil à éviter serait de nous mettre en infériorité intellectuelle vis-à-vis de nos voisins en affaiblissant la culture classique. Nous avons vu combien ces grandes nations sont jalouses de maintenir le niveau idéal de leurs études en ne sacrifiant pas trop au mouvement contraire. Nous remarquons en outre que la poussée dirigée contre l'étude de l'antiquité ne provient pas des représentants de la science moderne. Dans l'enquête parlementaire dont je viens de parler, nous voyons les représentants autorisés de la science venir affirmer qu'une longue expérience leur avait permis de constater que, dans les études scientifiques, les jeunes gens qui avait reçu un solide enseignement gréco-latin se montraient toujours bien supérieurs à ceux de leurs rivaux qui en avaient été privés. Nous pourrions enregistrer des témoignages analogues fournis par les illustrations de la science allemande. L'agitation contre l'enseignement classique est principalement entretenue, en Allemagne du moins, par les techniciens avec les écoles techniques comme quartier général. Leurs clameurs sont à dédaigner. Tentés de confondre la science avec ses applications, ils affaibliraient les sources de la véritable science désintéressée, idéale, enivrés qu'ils sont des succès matériels obtenus des recherches scientifiques dont ils exploitent les résultats.

Gardons-nous de nous laisser séduire par les reproches et les prétentions qui viennent de ce côté. « Ce serait arracher l'âme de la Patrie, ce serait porter atteinte au caractère de la nation », — « ce serait entamer les bases de notre civilisation, ce serait un retour vers la barbarie, si nous consentions à compromettre l'éducation classique de notre jeunesse », voilà les protestations solennelles émanant de la bouche de ceux qui, en France et en Allemagne, sont préposés à la garde des intérêts vitaux de la nation.

Le Luxembourg gardera intact ce trésor qui fait l'orgueil de ses puissants voisins avec lesquels il a à soutenir la concurrence dans la vie. L'éducation classique forme comme le trait d'union international, qui nous fait communiquer avec l'âme des nations civilisées de l'Europe.

Chers élèves,

Vous êtes la génération future. C'est vous qui aurez à soutenir la concurrence, âpre quelquefois, pour la vie. Inspirez-vous toujours de l'idéal que nous avons communiqué à vos jeunes âmes. Partout où vos pas vous guideront plus tard, dans les universités de Belgique, de France et d'Allemagne, vous trouverez les traces de Luxembourgeois qui se sont illustrés dans les sciences et qui, dans des temps difficiles, ont été, parfois, les Mécènes des grands initiateurs de la culture classique. Suivez ces traces, inspirez-vous de ces exemples, pour garder dans le foyer de vos âmes cette flamme qui entretient l'ardeur du travail et la générosité du dévouement.

III. — Chronique patriotique.

1. — Noces d'or de Leurs Altesses Royales le Grand-Duc et la Grande-Duchesse. Le 22 avril, la veille des Noces d'or de Leurs Altesses Royales le Grand-Duc et la Grande-Duchesse, la section d'harmonie de la société philharmonique de l'athénée a donné un concert dans la grande cour de l'athénée. A cette occasion, le Directeur de l'athénée adressa le discours suivant aux élèves. Nous sommes, leur a-t-il dit en substance, à la veille d'une fête aussi belle qu'extraordinaire: ce sont les noces d'or de Leurs Altesses Royales le Grand-Duc et la Grande-Duchesse. Toute la ville est pavoisée, la joie éclate au front de tous, et tous font des vœux pour le bonheur des Augustes Jubilaires. La fête qu'Ils célèbrent aujourd'hui loin d'ici sur les bords de l'Adriatique, dans le cercle intime de la famille, est devenue comme d'elle-même, avec une admirable spontanéité, une grande fête nationale, qui fait battre à l'unisson tous les cœurs luxembourgeois et les remplit d'une douce émotion. Nous prenons part, avec une tendre affection, au bonheur de nos Augustes Souverains, qui trouvent dans la fête de ce jour le digne couronnement d'une vie remplie des plus belles et des plus hautes vertus, et auxquels leurs fidèles sujets s'empressent d'apporter le tribut de leur pieuse reconnaissance, de leur profond respect et de leur inaltérable attachement. Que Dieu continue à combler de ses bienfaits les Augustes Jubilaires, et qu'il daigne Leur accorder le bonheur de mettre en commun, pendant de longues années encore, ces belles qualités du cœur et de l'âme, qui Les ont unis pendant cinquante années dans un admirable accord de généreux sentiments et de nobles aspirations. Quant à Vous, chers élèves, qui représentez la jeunesse dont l'âme est faite pour s'éprendre de tout ce qui est grand et beau, vous devez ressentir tout particulièrement l'émotion qui anime aujourd'hui le pays et en garder au fond de vos cœurs un souvenir ineffaçable. Vivent les Augustes Jubilaires Leurs Altesses Royales!

Le même jour, le Directeur adressa, au nom du corps professoral du gymnase, la dépêche suivante à la Famille Souveraine :

Luxembourg, le 22 avril 1901.

Monseigneur, Madame,

Le pays se prépare à célébrer une fête qui est unique dans ses annales et qui fait palpiter tous les cœurs d'une joie patriotique. Les vœux d'une population reconnaissante s'élèvent, en ce moment solennel, vers le Tout-Puissant pour appeler sur Vos Altesses Royales toutes les bénédictions du ciel. Le sentiment des bienfaits qu'Elles ne cessent de répandre sur tous Leurs sujets, consolidera de jour en jour le pacte d'affection et de fidélité qui unit le pays à la Famille Souveraine. Les professeurs du gymnase de l'athénée, pénétrés des mêmes sentiments de reconnaissance et d'inaltérable dévouement, prennent la respectueuse liberté de déposer aux pieds de Vos Altesses Royales leurs félicitations les plus sincères.

Pour le personnel enseignant du gymnase de l'Athénée :
Le Directeur.

Le lendemain, 23 avril, les professeurs et les élèves ont assisté en corps au Te Deum chanté à la cathédrale.

2. — 85e anniversaire de la naissance de Son Altesse Royale le Grand-Duc. — Le 23 juillet, veille du 85e anniversaire de la naissance de Son Altesse Royale le Grand-Duc, les élèves de la section d'harmonie ont donné un concert dans la grande cour de l'athénée. Dans le discours que le Directeur adressa aux élèves à cette occasion, il évoqua l'image vénérable du Souverain que la patrie luxembourgeoise est fière et heureuse de posséder. Il exhorta les élèves à garder toujours à Son Altesse Royale et à Son Auguste Maison la plus respectueuse et la plus inaltérable fidélité et à demander à Dieu dans leurs prières de conserver longtemps encore au pays un Prince si dévoué et si soucieux de tous ses intérêts.

Le 24 juillet, les professeurs et les élèves assistèrent en corps au Te Deum chanté à la cathédrale.

IV. — Divers.

1. — Monsieur W. Colling, artiste dramatique, a fait avec beaucoup de succès les 11, 13 et 20 juin dernier, 3 conférences de lecture et de déclamation aux élèves du gymnase et de l'école industrielle et commerciale.

2. — Le 18 juin, les membres de la société philharmonique de l'athénée (section de chant et section d'harmonie) ont fait, sous la conduite de leurs maîtres et accompagnés par quelques-uns de leurs professeurs, une excursion à Wilz; ils ont interrompu leur voyage pour visiter les ruines du château de Bourscheid.

A Wilz, les élèves ont trouvé l'accueil le plus sympathique de la part des autorités.

V. — Décisions du Gouvernement.

Par décision de M. le Directeur général des finances, en date du 2 mars 1901, le budget des dépenses courantes du service intérieur du gymnase pour l'année 190 a été arrêté comme suit :

1° Dépenses courantes du cabinet de physique et du laboratoire de chimie		400 frs.
2° Dépenses courantes du cours de géographie		75 »
3° Acquisition d'ouvrages destinés à être donnés en prix		865 »
4° Frais de bureau du directeur et de la conférence des professeurs		100 »
5° Acquisition de menu matériel pour les classes		75 »
6° Dépenses courantes du cours de dessin		50 »
7° Crédit alloué dans l'intérêt de l'hygiène		500 »
8° Frais d'habillement du concierge		200 »
9° Dépenses courantes du cabinet d'histoire naturelle	Dépenses	40 »
10° Dépenses courantes du cours de chant	communes	60 »
11° Dépenses courantes du cours de musique instrumentale	aux deux	200 »
12° Dépenses courantes de la bibliothèque des élèves	établissements	150 »
13° Frais de culte	de	900 »
14° Frais de chauffage	l'athénée.	4500 »
15° Frais d'éclairage		2000 »

Par arrêté du 4 avril 1901, M. le Directeur général des finances a accordé un subside de 100 frs. à la société philharmonique de l'athénée.

Par décision de M. le Directeur général des finances, en date du 11 juin 1901, un subside extra ordinaire de 150 frs. a été accordé à la section d'harmonie et de chant de l'athénée.

Par décision du 19 septembre 1900, M. le Directeur général des finances a accordé un crédit spécial de 150 frs. pour l'acquisition d'un tonneau d'acide phénique pour désinfecter.

Par décision du 26 septembre 1900, M. le Directeur général du finances a mis à la disposition de notre établissement un certain nombre de crachoirs.

Par décision du 26 septembre 1900, M. le Directeur général des finances a mis à la disposition de la direction du gymnase un fonds spécial pour l'acquisition des différents manuels de classe destinés à être mis entre les mains des élèves pendant les leçons.

Par décision de M. le Directeur général des finances, en date du 31 décembre 1900, un exemplaire des éphémérides luxembourgeoises a été remis à chaque élève des quatre classes supérieures

Par arrêté de M. le Directeur général des finances, en date du 27 avril 1901, une somme de 800 frs. a été distribuée entre 13 élèves méritants et sans fortune.

Par décision de M. le Directeur général des finances, en date du 29 avril 1901, il a été remis à tous les élèves du gymnase un exemplaire de la liste des tolérances admises dans l'enseignement de la syntaxe française en vertu de l'arrêté de M. le ministre de l'instruction publique et des beaux arts, en date du 26 février dernier

Par arrêté de M. le Directeur général des finances, en date du 11 juin 1901, la commission chargée de procéder à l'épreuve pratique (ordre des lettres) des aspirants aux fonctions de professeur, pendant la session de 1901, a été composée: 1° de M. Henrion, conseiller de Gouvernement, en qualité de commissaire du Gouvernement; 2° de MM. Gredt, directeur de l'athénée, Thill, directeur du gymnase d'Echternach, Herchen, professeur au gymnase de l'athénée, Pletschette, professeur au gymnase de Diekirch.

Par arrêté de M. le Directeur général des finances, en date du 5 juillet 1901, ont été nommés: a) membres de la commission de l'examen de maturité: 1° M. Henrion, conseiller de Gouvernement, en qualité de commissaire du Gouvernement; 2° MM. Jules Fischer, ingénieur et membre de la commission des curateurs du gymnase de l'athénée; Pemmers, avocat à Diekirch; Gredt, directeur du gymnase de l'athénée; Martin d'Huart, professeur au gymnase de l'athénée; Hoffmann et Reyter, professeurs au gymnase de Diekirch.

Sont nommés membres suppléants: MM. Théodore Burggraf, ingénieur à Luxembourg; Brassel, avocat et membre de la commission des curateurs du gymnase de Diekirch, Tibesar, professeur au gymnase de l'athénée, et Klein, professeur au gymnase de Diekirch.

Par arrêté de M. le Directeur général des finances du même jour, ont été nommés membres de la commission pour l'examen de passage au gymnase de l'athénée: 1° M. Henrion, conseiller de Gouvernement, en qualité de commissaire du Gouvernement; 2° MM. Philippe, Schmitz, Kuborn, Keiffer, Schmit et Wilhelm, professeurs au gymnase de l'athénée.

VI. — Personnel enseignant.

Par arrêté grand-ducal du 12 octobre 1900, Monsieur Joseph Tockert, répétiteur de 2e classe au gymnase de l'athénée, a été promu au grade de répétiteur de 1re classe au même établissement.

Par arrêté de M. le Directeur général des finances, en date du 3 novembre 1900, ont été nommés régents de classe, au gymnase de l'athénée, pour le restant de la période triennale ayant pris cours au 1er octobre 1899:

de la Ire classe,	M. le professeur	Philippe;
de la IIe classe,	»	M. d'Huart;
de la IIIe classe, section A,	»	J. Schmitz;
de la IIIe classe, section B,	»	Bielecki,
de la Ve classe, section B,	»	Wolff.

Sous la date du 24 novembre 1900, M. le Directeur général des finances a autorisé M. Isidore Comes à faire sa 2e année de stage au gymnase de l'athénée; M. J.-B. Ensch a été admis à la 1re année de stage au même établissement; M Joseph Schmitz, stagiaire de 2e année a été attaché au gymnase de Diekirch.

Sous la date du 18 mai 1901, M. le Directeur général des finances a autorisé M. l'abbé Michel Michels, docteur en philosophie et lettres, à faire la 1re année de stage au gymnase de l'athénée.

Pendant l'année scolaire 1900—1901, le personnel enseignant du gymnase de l'athénée se composait comme suit: 1° M. Nic. *Gredt*, directeur de l'athénée; MM. les professeurs de 1re classe: 2° Hyac. *Schaack*, 3° Nic. *Philippe*, 4° Arthur *Herchen*, 5° Jacq. *Schmitz*, 6° Léop. *Tibesar*, 7° Mart. *d'Huart*, 8° Jean *Karels*, 9° Jean *Kuborn*; MM. les professeurs de 2e classe: 10° Jules *Keiffer* 11° Franç. *Bielecki*, 12° Bern. *Krack*, 13° Nic. *Schmit*; MM. les professeurs de 3e classe: 14° Eug. *Wolff*, 15° Jules *Wilhelm*, 16° Nic. *Peffer*, 17° Jacq. *Meyers*, 18° Guill. *Gœrgen*; 19° M. Mich. *Engels*, professeur de dessin, 20° M. le répétiteur Jos. *Tockert*; MM. les stagiaires: 21° Isidore *Comes*, 22° J.-B. *Ensch*, 23° Michel *Michels*; 24° M. Laur. *Menager*, maître de solfège, 25° M.

Phil. *Polfer*, maître d'escrime et de gymnastique, 26o M. Jacq. *Goldschmit*, maître de musique instrumentale, 27o M. Jean *Schmeler*, sous-maître de musique.

M. *Houdremont*, professeur à l'école industrielle et commerciale, était chargé de l'enseignement de la musique vocale.

VII. — Nécrologie.

La mort a enlevé cette année à l'athénée deux de ses professeurs les plus méritants :

1. M. Bernard Graf, professeur honoraire du gymnase de l'athénée, né à Merscheid, le 24 février 1831, est décédé au château de Grevels le 25 septembre 1900. (Auteur de la dissertation : Beitrag zur Geschichte des Schlosses und der Herrschaft Brandenburg.) .

2. M. Michel Stronck, professeur honoraire et membre de la commission des curateurs du gymnase de l'athénée, né à Weyer le 9 février 1833, est décédé à Luxembourg le 5 avril 1901. (Auteur des dissertations suivantes : Public. sect. hist. de l'Institut, XXIV : Historisch-philologische Studie über das belgische Gallien und die in demselben entstandenen Sprachgrenzen unter besonderer Berücksichtigung des Luxemburger Dialektes, (travail remarquable pour les résultats obtenus.) Ibidem, XXVI : Etymologische Forschungen als Beitrag zu den Studien des Herrn de la Fontaine über die Ableitung der Ortsnamen des Luxemburger Landes. Programme de l'athénée, 1862—1863 : Geschichte des Schlosses und der Herrschaft Linster.) Programme de l'athénée, 1869—1870 : Esquisse littéraire. Programme de l'athénée, 1875—1876 : Etude critique sur l'orthographe et la prononciation de la langue latine. Programme de l'athénée, 1881—1882 : Esquisse sur la linguistique moderne et son avenir dans l'enseignement).

Après une carrière bien remplie et très honorable, des raisons de santé obligèrent ces deux professeurs distingués à demander leur mise à la retraite. Elle leur fut accordée en 1897 et resp. en 1899. Ils ont donné toute leur vie à l'enseignement. Un travail persévérant, la constance dans le devoir accompli à toute heure et sans ostentation leur avaient mérité l'affection de leurs élèves et l'estime de leurs chefs. Ils avaient vu récompenser leurs loyaux services par la croix de chevalier de l'ordre de la Couronne de chêne.

L'athénée leur conservera un souvenir affectueux et reconnaissant.

Dans le courant de cette année scolaire, l'établissement a aussi perdu deux de ses élèves : Müller François, de de Weiler-la-Tour, de la IVe, section A, et Jean-Pierre Weisgerber, d'Esch-s.-A., de la VIe, section B.

VIII. — Devoirs religieux.

Les dimanches, les jeudis et les jours de fête, les élèves du gymnase ont assisté, à 8 heures du matin, à la messe réglementaire, célébrée pour eux à la cathédrale. Le 3 août 1900, une messe solennelle suivie d'un *Te Deum* en actions de grâces, a été chantée à la cathédrale. Le 3 septembre 1900, les professeurs et les élèves du gymnase ont assisté à la messe du Saint-Esprit ; le 19 mai 1900, ils ont assisté à la messe solennelle, chantée en l'honneur de la Sainte-Vierge. Ils ont pris part, comme de coutume, aux processions solennelles de l'octave de Notre-Dame et de la Fête-Dieu. Dans le courant de l'année scolaire, les élèves se sont approchés six fois en commun de la Sainte-Table ; le soir des jours de communion, ils ont assisté au salut. Le dimanche, 28 avril, deux élèves de la classe préparatoire ont fait leur première communion.

Pendant la plus grande partie de l'année scolaire un salut spécial avec allocution a été célébré pour les élèves, les dimanches à 2 heures de l'après-midi, à la chapelle de Notre-Dame au Glacis. L'assistance à cette dévotion, sans être obligatoire, a toujours été très satisfaisante.

IX. — Alimentation des collections.

A. — Bibliothèque de l'Athénée.

La bibliothèque est ouverte au public tous les jours de la semaine, excepté les dimanches et les jours légalement fériés.

Bibliothécaire : M. le prof. Dr *J.-Jos. Schwickert.*

Aide-Bibliothécaire : M *Fr. Pfeiffenschneider*.

La Bibliothèque a été enrichie de plusieurs dons pendant l'année 1900—1901.

a) Noms des donateurs.

Le Gouvernement grand-ducal: 9 vol. — *L'administration de la ville de Luxembourg*: 2 vol. — *La Commission d'instruction*: Luxemb. Schulbote 1901. — *Les Directions de l'athénée, de l'école industrielle et commerciale, du gymnase de Diekirch, du gymnase d'Echternach et de l'école agricole d'Ettelbruck*: Programmes de l'année scolaire 1899—1900. — *Acker-* und *Gartenbau-Verein*: Annalen, 1901, nebst Bauernfreund 1901. — *Fauna, Verein Luxemburger Naturfreunde*: Année 1901. — *Ons Hémécht*, Organ des *Vereins* für *Luxemburger Gesch. Litt.* und *Kunst*: Jahrgang 1901. — *Touring Club luxembourgeois*: Revue mensuelle, année 1901. — *Institut archéologique du Luxembourg à Arlon*: Annales de de l'Institut. Tome XXXV. — *Ministère des Cultes et de l'Instruction publique du Gouv. royal de Norvège*: 1 vol. — *Ministère de l'Instruction publique et des Beaux Arts à Paris*: 1 vol. — MM. Ch. *Arendt*, architecte hon. de l'État: 3 vol. — *Brück* J. P., administrateur des Prisons: 1 vol. — *Beffort* Jos., imprimeur: l'Indépendance luxembg. 1901 et la Luxemburger Volkszeitung 1901. — Freiherr von *Bischoffshausen* in Wien: 1 vol. — *Bourg-Bourger*, imprimeur: Bürger- und Beamten-Zeitung, 1901. — *Buck* Léon, imprimerie: Pédagogischer Sprechsaal 1901. — *Dondelinger* V., ingénieur: 1 vol. — *Dutreux* Tony, ingénieur-civil à Paris: 1 broch. — *Esslen*, rédacteur à Grevenmacher: Obermosel-Zeitung 1901. — Mgr. *Fallize*, évêque tit. d'Eluse et vicaire apostolique de Norvège: 1 vol. — Dr *Feltgen*, médecin: 1 vol. — Franz *Gaspar*, curé-émérite: 42 vol. — *Gonner*, rédacteur à Dubuque: Luxemb. Gazette 1901. — *Gredt* Nic., Directeur de l'Athénée: 4 vol. — *Grob* Jacques, curé à Bivingen-Berchem: 1 vol. — *Huss*, imprimeur: Luxemburger Post 1901. — *Jacques* Norb., étudiant à Diekirch: 1 vol. — *Kayser* Edm., professeur à Paris: 2 vol. — *Keiffer* Jules, professeur à l'Athénée: 1 vol. — *Kellen* Tony, rédacteur à Essen: 1 vol. — *Kellen*, père, rédacteur: Bienenzeitung 1901. — Dr *Klein*, médecin en chef à Mondorf: 6 vol. — Madame Veuve Norb. *Metz* à Eich: 412 vol. — MM. J.-N. *Mœs*, rédacteur: Luxemburger Volksbote 1901. — *Marmottan* Paul de Paris: 1 vol. — *Mongenast* M., Directeur général des Finances: 1 vol. — *Muller*, instituteur au Grund: 1 br. — *Neuberg* Jos., professeur à l'université à Liége: 2 vol. — *Nimax*, imprimeur: 1 vol. et Luxemburger Volksblatt 1901 — *Praum* Ch., imprimeur: De Letzeburger 1901. — *Paulus-Druckerei*: Luxemburger Wort 1901 et Luxemburger Sonntagsblatt 1901. — *Palgen* Charles, Directeur d'usine à Maizières: 1 vol. — *Parquet du Procureur d'Etat*: 54 vol. et brochures. — *Pfeiffenschneider*, aide-bibliothécaire: Luxemburger Zeitung 1901. — *Scheid*, imprimeur, Remich: Moselbote 1901. — *Sevenig*, Directeur du Gesellenverein: 1 br. — *Speyer* J.-P., conseiller à la cour: 7 vol. — *Schwickert*, prof. bibliothécaire: 1 vol. — *Vannerus* H., Président de la Cour sup. de Justice: 1 vol — *Vannerus* Jules, Directeur des archives à Mons: 11 vol. — *van Werveke*, professeur à l'école industrielle: 4 vol. — *de Waha*, professeur à l'école industrielle: 1 vol. — *Welter* Nic., prof. à Diekirch: 1 vol. — *Weidert* Nic., architecte à Niederanven: 22 vol. — L'abbé *Zettinger*, prof. à Rome: 1 vol. — L'abbé *Zieser*, rédacteur: 4 vol.

b) Ouvrages acquis aux frais de l'État.

Engler: Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 198—207. — Neuens N.: Manuel pratique etc. 1 vol. 8° Paris, 1899. — Neuens N.: L'Hygiène de la table. 1 vol. 8° Namur, 1898. — Neuens M.: Bains atmosphériques. 1 vol. 8° Namur, 1897. — Neuens N.: Traitement naturel des maladies aigues et chroniques. 1 vol. 8° Paris, 1895. — Neuens N.: Guide pratique de la véritable cuisine Kneipp. 1 vol. 8° Namur, 1896. — Neuens N.: Die Wasserkur. 1 vol. 8° Trier, 1894. — Neuens N.: Traité de médecine naturelle scientifique. 1 vol. 8° Tournai, 1900. — Neuens N: Handbuch zur Erklärung und nützlichen Anwendung der Kneipp'schen Heilmethode. 1 vol. — Hagen: Synopsis der höheren Mathematik. 1 vol. 8° Berlin, 1900. — Allgemeine deutsche Biographie. Lief. 226, 227 et 228. — Neues Archiv 25 B. 3. Heft. 26 B. Heft I und II — Hatzfeld: Dict. général de la langue française. fasc. 29, 30, 31 et 32. — Lorenz: Catalogue général de la librairie française. Tome XIV. — Welter Nic.: Aus alten Tagen. 1 vol. 8° Luxemburg, 1900 — Daremberg et Saglio: Dict. des antiquités grecques et romaines. fasc. 28 et 29. — Annegarns Weltgeschichte in acht Bänden. Neu bearbeitet und bis zur Gegenwart ergänzt Achte Aufl. 8 vol. 8° Münster, 1900. — Vivien de Saint-Martin: Nouveau Dictionnaire de Géographie universelle. Suppl. 19e (dernier fasc.) — Hémon: Cours de Littérature. Bossuet, Mad. de Maintenon, Saint Simon, Fénelon. 1 vol 8° Paris, 1899. — Buch der Erfindungen, Gewerbe und Industrien 10ter B. Leipzig, 1901. — Muret-Sanders: Encyclop. Wörterbuch der englischen und deutschen Sprache. Lief. 17, 18 et 19. — de Raadt: Sceaux armoriés etc. Tome III. fasc. IIIe. — Kayser: Vollständiges Bücher-Lexikon. 29. und 30. B. Leipzig, 1900. — Vigouroux: Dictionnaire de la Bible. fasc. XVIII. — Wampach G.: Le Luxembourg neutre 1 vol. 8° Paris, 1900. — Krumbacher: Byzantische Zeitschrift. 9. B. — de Renesse: Dict. des Figures héraldiques.

Tome V. — Grimm: Deutsches Wörterbuch 10. B 4. Lief. — Manderscheid B : Ein Büchlein für Alle. 1 vol. 12° Innsbrück, 1900. — Almanach à l'usage des habitants du G.-D. de Luxembourg, 12 vol. — Dreves: Gereimte Psalterien des Mittelalters 35 und 36. B. — Fehling: Neues Handwörterbuch der Chemie. 87. Lief. - Würtz: 2me Suppl. au Dict. de chimie. 38e livraison — Schmit Dr. K. a.: Encyclopädie des gesamten Erziehungs- u. Unterrichtswesen. B. 8, 9, 10. — Bühler G.: Grundriss der Indo-Arischen Philologie u. Altertumskunde I. B. 8. H. Indices zum Grundriss. — Kuhn Dr. P.: Allgemeine Kunst-Geschichte. Lief. 22, 23, 24 und 25. - Wagner H.: Geographisches Jahrbuch 23 B. 1. Hälfte. Gotha, 1909. — Zahn G.: Cours pratique de Conversation. 3me Partie. — Pauly: Encyclopädie der class. Altertumswissenschaft. herausg. von Wissowa. 7. B. — Baumgarten und Schlecht: Die katholische Kirche in Wort und Bild. B II. — Petit de Julleville: Hist. de la langue et de la Littérature française. Tome VIII. Paris, 1899. — Analecta Bollandiana. Tomus XIX. — Candrea-Hecht: Cours complet de Grammaire Roumaine. 1 vol. 8° Paris, 1900. — Vasili: La sainte Russie. 1 vol. 8° Paris, 1890. — Scriptores ordinis S. Benedicti qui 1750 - 1880 fuerunt in Imperio Austriaco-Hungarico. 1 vol. 8° Vindobonae 1881. — Barbier: Dictionnaire des ouvrages anonymes. 4 vol. 8° Paris, 1882. — Rostand Edm.: L'aiglon. Drame en 6 actes. Paris, 1900. — Fournelle: Die Kathol. Charitas in Berlin. 1 vol. 8° 1900. — Kræmer: Das XIX. Jhdt in Wort u. Bild. 4 B. Berlin 1900. — Almanach Hachette. 1901. Paris. — Monumenta Germaniae historica. — Scriptorum qui Vernacula lingua usi sunt Tomi III Pars II. — Monumenta Germaniae historica. Diplomatum Regum et Imperatorum Germaniae Tomi III, Pars prior. — Almanach de Gotha 1901. — Wüllner Ad.: Lehrbuch der Experimentalphysik. 4 vol. 8° Leipzig. — Kupke G.: Das Reichsvicariat u. die Stellung des Pfalzgrafen bei Rhein bis zu Sigmunds Zeit. Halle, 1891. — Pöppelmann Dr. L: Johann von Böhmen in Italien. 1330—1333. Wien, 1866. — Schuster Dr. G.: Der Conflict zwischen Sigmund und den Kurfürsten. Berlin, 1885. — Caro: Aus der Kanzlei Kaiser Sigismunds. Urkundliche Beiträge zur Geschichte des Constanzer Concils. Wien, 1879. — Winkelmann Otto: Cie Beziehungen Kaiser Karls IV zum Königreich Arelat. Strassburg, 1882. — Kannengiesser Dr. Paul: Die Kapitulation zwischen Kaiser Karl V. und Papst Paul III. Strassburg, 1888. — Höfler (C. von): Kritische Untersuchungen über die Quellen der Gesch. Philipps des Schönen. Wien, 1883. — Werunsky Dr. E.: Italienische Politik Papst Innocenz VI. und König Karl IV Wien, 1878. — Hantke: Die Chronik des Gislebert von Mons. Leipzig, 1871. — Milan Aug.: Karls IV erster Römerzug. 1 vol. 8° 1877. — Gaschard: Trois années de l'histoire de Charles-Quint. 1543—1546. — Platner: Die Jahrbücher von Sankt Jacob in Lüttich. Leipzig, 1881. — Jenkner: Ueber die Wahl König Wenzels. Berlin, 1873 — Juste: Charles de Lannoy, Vice-Roi de Naples et Charles Quint. Bruxelles, 1867. — Worthmann: Die Wahl Karls IV. zum römischen König. Breslau 1875. — Zimmermann: Die Datirungsformel in Urkunden Kaiser Karls IV. — Franz Friedrich: Die Chronica Pontificum Leodiensium. Eine verlorene Quellenschrift des XIII. Jhdts. — Felsberg: Beiträge zur Gesch. des Römerzuges Heinrichs VII. — Krabbe: Kaiser Karl V. und das Augsburger Interim. — Neumann: De Vita Caroli IV imperatoris ab ipso Carolo conscripta. — Graszmann: Des Grafen von Mansfeld letzte Pläne und Thaten. — Druffel: Kaiser Karl V. und die röm. Curie 1544 - 1546. — Fischer: Des Mansfelders Tod. Ein krit. Beitrag zur Gesch. des 30jähr. Krieges. — Palm: Italienische Ereignisse in den ersten Jahren Karls IV. — Schirmacher: Commentarii de rebus a Johanne Rege Bohemiae gestis. — Lindner: Das Urkundenwesen Karls IV. und seiner Nachfolger. — Wenck: Die Wettiner im XIV. Jhrdt. insbesondere Markgraf Wilhelm und König Wenzel. — Henrich: De Wenceslai Regis Romanorum Electione. — Holtz: Der Konflikt zwischen dem Erzstift Trier und der Reichsstadt Boppart — Neumann: Ein Formelbuch Kaiser Karls IV. — Mating-Sammler: Karl IV. von Lützelburg. Theil I: Bis zur Anerkennung der lützelburgischem Erbfolge in Böhmen — Krause: De Caroli V. Caesaris Electione ejusque causis et eventu. — Voiss: De Wenceslao Rego Romanorum. — Schomburgk: Die Geschichtsschreibung über den Zug Karls V. gegen Algier. — Otto: De Henrici II. Germanorum Imperatoris in Artes Litterasque Meritis. — Krause: Beziehungen zwischen Habsburg und Burgund bis zum Ausgang der Trierer Zusammenkunft im Jahre 1473. — Bertheau: Die Gesta Trevirorum vom Jahre 1152 bis zum Jahre 1259. — Matthes: Der zweite Römerzug Kaiser Karls IV 1368 69. — Höfler: Über die Luxemburgische Periode der deutschen Könige und Kaiser. — Storch: Geschichte Kaiser Karls des Fünften. — Stirling: The Cloister Life of the Emperor Charles the fifth. — Ritter: De Electione Henrici VII. in Regem Romanorum. — Günter: Aurea Bulla Karoli IV. Rom. Imperatoris. — Voigt: Das urkundliche Formelbuch des Königl Notars Heinricus Italicus ans der Zeit der Könige Ottokar II. und Wenzel II. — Höfler: Zur Kritik und Quellenkunde der ersten Regierungsjahre K. Karls V. — Henaux: Charlemagne d'après les traditions Liégeoises. — Lanz: Correspondenz des Kaisers Karl V. — Mejer: Febronius. Weihbischof Joh. Nic. von Hontheim und sein Widerruf. — Werunsky: Der Erste Römerzug Kaiser Karls IV. 1354—1355. — Maurenbrecher: Karl V. uud die deutschen Protestanten. 1545—1555. - Philippson: Ein

Ministerium unter Philipp II. Kardinal Granvella am spanischen Hofe. (1579—1586.) — Sieglerschmidt: De Wenzeslao Rege Romanorum eiusque adversariis et Depositione. — Kagelmacher: Filippo Maria Visconti und König Sigismund. 1413—1431. — Wachter: Der Einfluss der nationalen und klerikalen Stellung Gisleberts von Mons auf seine Geschichtsschreibung. — Vahlen: Der Deutsche Reichstag unterKönig Wenzel. — Barnum: Zur Königswahl des Grafen Heinrich von Luxemburg vom Jahre 1308. — Vogel: Des Ritters Ludwig von Eybe des Älteren Aufzeichnung über das Kaiserliche Landgericht des Burggrafthums Nürnberg. — Varrentrapp: Die Territoriale Politik des Erzbischofs Philipp I. von Köln. (1167—1191) — Klüpfel: Kaiser Maximilian I. — Gülden Bull Kaysers Karoli des Vierten, zu Nürnberg, anno 1356 auffgericht. Gedruckt im Jahr Christi 1632. — Lamprecht K: Der Bilderschmuck des Cod. Egberti zu Trier und des Cod. Eptermacensis zu Gotha. — Wichmann Dr.: Adelbero I. Bischof von Metz. 929—962 Metz, 1892. — Fischer: De Ernesti Comitis de Mansfeld Apologiis et de Actis Mansfeldicis. — Mahrenholtz: Über die Relation des Nicolaus von Butrinto (Relatio de itinere Italico Henrici VII.) — Menzel: Italienische Politik Kaiser Karls IV. — Voiss: König Wenzel und die römische Curie. — Gottlob: Karls IV. private und politische Beziehungen zu Frankreich. — Prümers: Albero von Montreuil, Erzbischof von Trier. 1132—1152. — Scherr Dr. Joh.: Gesch. Philipps des Zweiten. 5 vol. 8o — Brück: Gesch. der Kath. Kirche im XIX. Jhrdt. 4. B. — Analecta Bollandiana Tomus XIX. Fasc. IV. Tomus XX. Fasc. I. — Brosch: Gesch. von England. Register. — Lavisse et Rambaud: Histoire générale. Tome XII. — Journal de l'Ecole polytechnique. IIe série. 5e cahier. — de Renesse: Dictionnaire des figures héraldiques Tome VI. 1er fasc. Muret-Sanders: Encyclop. Wörterbuch der engl. u. deutschen Sprache. Lief. 20. — de Raadt: Sceaux armoiriés etc. Tome III Tome IV. 1er fasc. — Rosegger: Dorfsünden. — Das ewige Licht — Idyllen aus einer untergehenden Welt. — Jacob, der Letzte. — Meine Ferien. — Alpengeschichten — Schriften in steirischer Mundart. — Schellhass: Das Königslager vor Aachen und vor Frankfurt. — von Richthofen: Zur Lex Saxonum. — Stumpf-Brentano: Die Würzburger Immunitäts-Urkunden des X. u. XI. Jhrdts. — Jastrow: Zur strafrechtlichen Stellung der Sklaven bei Deutschen und Angelsachsen. — Sickel: Das Lexicon Tironianum der Göttweiger Stiftsbibliothek. — Baldamus: Das Heerwesen unter den spätern Karolingern. — Waitz: Deutsche Kaiser von Karl dem Grossen bis Maximilian. — Böttger: Wohnsitze der Deutschen in dem von Tacitus in seiner Germania beschriebenen Lande. — Droysen: Albrechts Bemühungen um die Nachfolge im Reich. — Lichnowsky: Geschichte des Hauses Habsburg. 8 vol. 8o. — Gantier: Rénovation de l'histoire des Francs. — Arnold: Deutsche Urzeit. — Arendt: Leo der Grosse und seine Zeit. — Piper: Karls des Grossen Kalendarium und Ostertafel. — Maassen: Zwei Synoden unter König Childerich II. — Boos: Die Liten und Aldionen. — von Soden: Kaiser Maximilian II. in Nürnberg. — Wigand: Denkwürdige Beiträge für Geschichte und Rechtsalterthümer. — Heermann: Die Gefechtsführung abendländischer Heere im Orient in der Epoche des ersten Kreuzzugs. — Löwenberg: Geschichte der Geographischen Entdeckungsreisen im Altherthum und Mittelalter. — Büdinger: Untersuchungen zur mittlern Geschichte. — Reuss: Beiträge zur Geschichte des Elsass im dreissigjährigen Kriege. — Sattler: Die flandrisch-holl. Verwicklungen unter Wilhelm von Holland. — Dove: Bemerkungen zur Geschichte des deutschen Volksnamens. — Weiske: Die Grundlagen der frühern Verfassung Teutschlands. — Bär: Zur Entstehung der deutschen Stadtgemeinde. — von Pflugk-Harttung: Zur Thronfolge in den germanischen Stammesstaaten. — Gerdes: Die Bischofswahlen in Deutschland unter Otto dem Grossen. — von Borch: Heinricus (II) Romanorum invictissimus Rex. — Eichmann: Der Städtekrieg von 1449—1450. — Müller: Die Kanzlei Zwentibolds, Königs von Lothringen. — Avermann: Die Besitzungen der Grossgräfin Mathilde von Tuscien. — von Schulte: Lehrbuch der deutschen Reichs- und Rechtsgeschichte. — Menzel: Geschichte der neuesten Jesuitenumtriebe in Deutschland. — Winter: Geschichte des dreissigjährigen Krieges. — Niehues: Geschichte des Verhältnisses zwischen Kaiserthum und Papsthum im Mittelalter. — Mücke: Albrecht I. von Habsburg. — Schworella: Kritischer Leitfaden der Kartographie — Böhmer: Zwei Reden an Kaiser und Reich — Stein: Geschichte des Königs Konrad I. von Franken und seines Hauses — Schwebel: Deutsches Bürgerthum von seinen Anfängen bis zum Jahre 1808. Schaab: Geschichte des grossen Rheinischen Städtebundes. — Kortüm: Geschichte Europas im Übergange vom Mittelalter zur Neuzeit. — von Below: Der Ursprung der deutschen Stadtverfassung. — Stumpf-Brentano: Die Wirzburger Immunitäts-Urkunden des X. und XI. Jhrdts. — Wenck: Das Fränkische Reich nach dem Vertrage von Verdun. — Sackur: Die Promissio Pipins vom Jahre 754 und ihre Erneuerung durch Karl den Grossen. — Neumann: Geschichte der vereinigten Staaten von Amerika 3 vol. — von Söltl: Das deusche Volk und Reich. 3 vol. — Schweizer: Vorgeschichte und Gründung des schwäbischen Bundes. — Weber: Die Quadrupel-Allianz vom Jahre 1718. — Zeller: Wie entstehen ungeschichtliche Überlieferungen. — Lehmann: Der Königsfriede der Nordgermanen. — von Inama-Sternegg: Die Ausbildung der grossen Grundherrschaften in Deutschland während der Karolingerzeit. — Lindner: Anno II. der Heilige, Erzbischof von Köln. 1056—1075. — Voigt: Enea Silvio de Piccolomini als Papst Pius der Zweite. — Müller: Wilhelm III. von Oranien und Georg Friedrich von Waldeck. — Paulitschke: Die geogr. Erforschung des Afrikanischen Continents. — Sickel: Die Lunarbuchstaben in den Kalendarien des Mittelalters. — Meitzen: Die Ausbreitung der Deutschen in Deutschland. — Müller: Die Herrschaft Theodorichs des Grossen vor seinem Zuge nach Italien. — Pallmann: Die Cimbern und Teutonen. — von Thudichum: Historisch-statistische Grundkarten. — Jastrow: Die Volkszahl deutscher Städte zu Ende des Mittelalters — Prökl: Waldstein, Herzogs von Friedland letzte Lebensjahre und Tod. — Barchewitz: Das Königsgericht zur Zeit der Merovinger und Karolinger. — Schum: Cardinal Albrecht von Mainz und die Erfurter Kirchenreformation. — Bremer: Nord- und Mitteleuropa in den Schriften der Alten. — Kaltenbrunner: Die Polemik über die Gregorianische Kalenderreform. — Gassner: Zum deutschen Strassenwesen bis zur Mitte des XVII. Jhrdts. — Rühs: Historische Entwickelung des Einflusses Frankreichs und der Franzosen auf Deutschland und die Deutschen. — von Groote: Des Stadt-Sekretarius Christianus Wierstraat Reimchronik der Stadt Neuss. — Specht: Gastmähler und Trinkgelage bei den Deutschen. — Hunziker: Wallenstein als Landesherr insbesondere als Herzog von Meklenburg. — Hellwald: Maximilian I. Kaiser von Mexico — Stieglitz: Gesch. Darstellung der Eigenthumsverhältnisse an Wald und Jagd in Deutschland. — Vollgraff: Die teutschen Standesherrn. — Brosch: Papst Julius II. und die Gründung des Kirchenstaates. — W. Menzel. Denkwürdigkeiten. — Braumann: De Leudibus in regno Merowingorum. — Varrentrapp: Erzbischof Christian von Mainz. — Wagner: Eberhard II. Bischof vom Bamberg — Waitz: Das alte Recht der salischen Franken. — Teusch: Die Reichs-Landvogteien in Schwaben u. im Elsass. — Watterich: De Veterum Germanorum Nobilitate. — Midelin: Das Merowingische Königthum. — Usinger: Die Anfänge der deutschen Geschichte. — Lancizolle: Grundzüge der Geschichte des deutschen Städtewesens. — Weber: Germanien in den ersten Jahrhunderten. — Müller Dr.: Die spanische Kanzlei. — Döllinger: Muhamed's Religion. — Arenst: Über die Zusammenkunft des deutschen Kaisers Friedrich III. mit dem Herzoge Karl dem Kühnen von Burgund zu Trier. — Böhm: Hat Kaiser Maximilian I. im Jahre 1511 Papst werden wollen? — Bolze: Ricimers Einfluss und Bedeutung im weströmischen Reiche. — Bolze: Die Sachsen vor Karl dem Grossen. — Beseler: Zur Geschichte des deutschen Ständerechts. — Pannenborg: Studien zur Geschichte der Herzogin Matilde von Canossa. — Löher: Die Deutsche Politik König Heinrichs I. — Braumann: Die Principes der Gallier und Germanen bei Cäsar und Tacitus. — Spee: Der Majordomus Ebruin. — von der Ropp: Deutsche Kolonien im XII. und XIII. Jhrdt. — von Sybel: Über die neueren Darstellungen der deutschen Kaiserzeit. — Tappe: Gerbert oder Papst Sylvester II. und seine Zeit. — Weihrich: Stammtafel zur Geschichte des Hauses Habsburg. — Usinger: Das Königthum der Ottonen und Salier. — Preger: Die Politik des Paptes Johann XXII. in Bezug auf Italien und Deutschland. — Becker's Weltgeschichte, neu bearbeitet von W. Müller. — Grün: Kulturgeschichte des XVII Jhrdts — Ideler: Leben und Wandel Karls des Grossen. — von Fürth: Die Ministerialen. — Menzel W: Unsere Grenzen. — Franklin: De Justitiariis curiae imperialis. — Menzel K. F.: Geschichte des rheinischen Städtebundes im XIII Jhrdt. — von Weech: Zur Erinnerung an Joh. Fried. Böhmer. — Wilda: De Libertate Romana qua urbes Germaniae ab imperatoribus sunt exornatae. — Leitfaden zur Nordischen Alterthumskunde. — Majer: Germaniens Urverfassung. — Veltmann: De Caroli Martelli Patriciatu qui vocatur sive consulatu romano. — Sternfeld: Das Verhältniss des Arelats zu Kaiser und Reich vom Tode Friedrichs I. bis zum Interregnum. — Landau: Das Salgut. Ein Beitrag zur deutschen Rechtsgeschichte. — Bikélas: Die Griechen des Mittelalters und ihr Einfluss auf die europäische Kultur. — Stein: De Friderico archiepiscopo Coloniensi. — von der Ropp: Erzbischof Werner von Mainz. — Læmmer: Papst Nicolaus der Erste und die Byzantinische Staatskirche seiner Zeit. — Diercks: Die Araber im Mittelalter und ihr Einfluss auf die Cultur Europa's — Scherr Joh.: Deutsche Kultur- und Sittengeschichte. — Varnhagen von Ense: Denkwürdigkeiten und vermischte Schriften. — von Schweiger-Lerchenfeld: Afrika. — von Weech: Die Deutschen seit der Reformation. — Waitz: Die Formeln der deutschen Königs- und der Römischen Kaiserkrönung. — Gebhard: Reges Francorum Merovingici. — Reuss: Strassburg im 30jährigen Kriege. — Preiss: Das Verhältniss des deutschen Königthums zum sächsischen Herzogthum im 10. Jhdt. — Lœbell: De Causis regni Francorum a Merovingis ad Carolingos translati — Stöckert: Die Admission der deutschen Reichsstände zum westfälischen Friedenscongresse. — Wattenbach: Beiträge zur lateinischen Paläographie — Schmit: Geschichte der Katholischen Kirche Deutschlands von der Mitte des 18. Jhrdts. bis in die Gegenwart — Stenzel: Geschichte Deutschlands unter den Fränkischen Kaisern. — Nicolai: Der sächische Völkerbund vor Karl dem Grossen — Scheidel: Zwei Attentate auf Kaiser Friedrich Barbarossa. — Schebek: Die Lösung der Wallensteinsfrage — Souchay: Gesch. der deutschen Monarchie von ihrer Erhebung bis zu ihrem Verfall. — Tourgueneff: La Russie et les Russes. — Spenzer-Lossing: Geschichte der vereinigten Staaten von Amerika. — Meltzer: Papst Gregors VII. Gesetzgebung und

Bestrebungen in Betreff der Bischofswahlen. — Preger: Albrecht von Oesterreich und Adolf von Nassau. — Hirsch: Die Schenkung Kaiser Karls des Kahlen für Papst Johann VIII. — Arendt: Kleine Denkmäler aus der Merovingerzeit. — Winckler: Gregor VII. und die Normannen. — Erdmannsdörffer: De Commercio quod inter Venetos et Germaniae civitates aevo medio intercessit. — Wolters: Ein Blatt aus der Geschichte des Truchsess'schen. Krieges. — Venediger: Versuch einer Darlegung der Beziehungen Karls des Grossen zum Byzantinischen Reiche — Mädge: Die Politik Gregors VII. — Quidde: Studien zur Geschichte des Rheinischen Landfriedensbundes. — von Giesebrecht; Die Gesetzgebung der Römischen Kirche zur Zeit Gregors VII. — Bodmer: Karl von Burgund. Ein Trauerspiel. — Rhomberg: Die Erhebung der Geschichte zum Range einer Wissenschaft. — Boss: Die Kirchenlehen der Staufischen Kaiser. — Maurenbrecher: Don Carlos. — Markgraf: De Bello Burgundico — Oelsner: De Pippino Rege Francorum quaestiones aliquot — Westrum: Die Longobarden und ihre Herzöge. — Kampschulte: Zur Geschichte des Mittelalters. Drei Vorträge. — Meermann: Geschichte des Grafen Wilhelm von Holland, römischen Königs. — Frauenstädt: Blutrache und Todtschlagsühne im deutschen Mittelalter. — Wagner: Die Wahl Konrads II. zum römischen König. — Widmann: Eine Mainzer Presse der Reformationszeit im Dienste der Katholischen Litteratur. — Voss: Republik und Königthum im alten Germanien. — von Ledebur: Kritische Beleuchtung einiger Punkte in den Feldzügen Karls des Grossen. — Wohlwill: Der Inquisitionsprocess des Galileo Galilei. — Hartung: Diplomatisch-historische Forschungen. — Souchay: Deutschland während der Reformation. — Philippson: La Contre-Révolution religieuse au XVIe siècle. — von Rochau: Geschichte des Deutschen Landes und Volkes. — von Aretin: Älteste Sage über die Geburt und Jugend Karls des Grossen. — Philippson: Heinrich IV. und Philipp III. — Klaczko: Deux Chanceliers, le Prince Gartschakof et le Prince de Bismark — Landau: Die Territorien in Bezug auf ihre Bildung und ihre Entwicklung. — Pfahler; Handbuch deutscher Alterthümer. — Pfahler: Geschichte der Deutschen von den ältesten Zeiten bis auf Karl den Grossen. — Willmans: Die Reorganisation des Kurfürsten-Collegiums durch Otto IV. und Innocenz III. — Krusch: Der 84jährige Ostercyclus und seine Quellen. — Nitzsch: Ministerialität und Bürgerthum im 11. und 12. Jhrdt. — Ritter: Briefe und Acten zur Geschichte des 30jährigen Krieges — Philippson: Westeuropa im Zeitalter von Philipp II., Elisabeth und Heinrich IV. — von Sybel: Die Schenkungen der Karolinger an die Päpste. — Wenck: Die Erhebung Arnulfs und der Zerfall des Karolinischen Reiches. — Schmid: Der Kampf um das Reich zwischen dem römischen König Adolf von Nassau und Herzog Albrecht von Oesterreich. — Hunger: Zur Geschichte Papst Johannes XXIII. — Bienemann: Conrad von Scharfenberg Bischof von Speier und Metz und Kaiserlicher Hofkanzler. 1200 - 1224 — Lehmann: Der Rechtsschutz gegenüber Eingriffen von Staatsbeamten nach altfränkischem Recht. — Quidde: Zum Romzugsplan Wilhelms von Holland. — Müller: Erzbischof Aribo von Mainz. 1021 – 1031. — Voigt: Geschichte des deutschen Ritterordens. — Mignet: Antonio Perez et Philippe II. — von Knonau: Über die Bedeutung Karls des Grossen für die Entwicklung der Geschichtsschreibung im neunten Jhrdt. — Pöllmann: Beitrag zur ältesten Geschichte des Kosakentums. — Lorenz: Über die Wahl des Königs Adolf von Nassau. — Usinger: Forschungen zur Lex Saxonum. — Schmid: Die Wahl des Grafen Adolf von Nassau zum römischen König. — Renard: De l'identité de race des Gaulois et des Germains. — Lambert: Das Hallische Patriciat. — von Sybel: Die deutsche Nation und das Kaiserreich. — Schmidt: Elsass und Lothringen. Nachweis wie diese Provinzen dem deutschen Reiche verloren gingen. — Watterich: Die Germanen des Rheins, ihr Kampf mit Rom. — Michael: Die Formen des unmittelbaren Verkehrs zwischen den deutschen Kaisern und souveränen Fürsten. — Melzhofer: Untersuchungen über die deutsche Kaiserchronik des XII. Jhrdts. — Lœrsch: Aachener Urkunden aus dem 13.—14. und 15. Jhrht. — Lœrsch: Die Bedeutung des Schleidener Lehns. — Lorenz: Leopold III. und die Schweizer Bünde. — Schierenberg: Die Römer im Cheruskerlande. — Riesenkampff: Der Deutsche Hof zu Nowgorod. — Stern: Zur Biographie des Paptes Urbans II. — Maurenbrecher: Geschichte der deutschen Königswahlen. — Menzel: Die Entstehung des Lehnswesens. — Wohlwill: Ist Galilei gefoltert worden? — Erhardt: Älteste germanische Staatenbildung. — Scheffer-Boichorst: Die Neuordnung der Papstwahl durch Nikolaus II. — Domke: Die Viril-Stimmen im Reichsfürstenrath von 1495 – 1654. — Lorenz: Die siebente Kurstimme bei Rudolfs I. Königswahl. — Strauss: Beziehungen Karls des Grossen zum griechischen Reiche. — Vogel: Beiträge zur Geschichte des deutschen Reichshofgerichtes. — Müller: Anno II. der Heilige, Erzbischof von Köln — Hennig: Die Statuten des deutschen Ordens. — Rudolf: Neue Untersuchungen des Keltenthumes. — Werner: Alcuin und sein Jahrhundert — Mohlmann: Vita Arnoldi de Selenhofen Archiepiscopi Moguntini. — Ehrard: Die Fränkischen Reichsannalen von 741—829. — Busch: Abriss der Urgeschichte des Orients. — Ennen: Der spanische Erbfolgekrieg und der Churfürst Clemens von Köln. — Arnold: Verfassungsgeschichte der deutschen Freistädte. — Zœpfell: Die Papstwahl und die mit ihnen im nächsten Zusammenhange stehenden Ceremonien. — Fischer: Geschichte der auswärtigen Politik und Diplomatie im Reformations Zeitalter.

— Vehse: Kaiser Otto der Grosse aus dem alten Hause Sachsen. — Waser: Historisch-Diplomatisches Jahrzeitbuch. — Rafn: Antiquitates americanae sive scriptores septentrionales rerum Ante-Columbianarum in America. — von Sybel: Entstehung des deutschen Königthums. -- Barthold: Geschichte der deutschen Städte. — Krause: Die Byzantiner des Mittelalters. — Ribbeck: Die sogenannte Divisio des fränkischen Kirchengutes. — Richter: Prinz Eugen von Savoyen. — von Peucker: Das deutsche Kriegswesen der Urzeiten. — Pfalz: Bilder aus dem deutschen Städteleben im Mittelalter. — Majer: Allgemeine Geschichte des Faustrechts in Deutschland. — von Buchwald: Zur deutschen Bildungsgeschichte. — Frantz: Das neue Deutschland. - Fischer: Bonifacius der Apostel der Deutschen. — Bernays: Zur Kritik Karolingischer Annalen. — Jansen: Ein Zweites Wort an meine Kritiker. — Budinger: Don Carlos Haft und Tod. — Weise: Italien und die Langobardenherrscher von 568-628. — Overmann: Gräfin Mathilde von Tuscien. — Arnold: Über das Verhältniss der Reichs- zur Stammesgeschichte. — Tafel: Komnenen und Normannen. — Maassen: Eine Rede des Papstes Hadrian II. vom Jahre 869. — Dopsch: Unedirte Karolinger-Diplome. — Förster: Ambrosius, Bischof von Mailand. — Sickel: L'histoire des Carolingiens par Warnkönig. — Dunker: Origines Germanicae. — Herbst: Encyclopädie der neueren Geschichte. — Byzantinische Zeitschrift herausgegeben von K. Krumbacher. 10. B. — Hauser: L'or. 1 vol. 4° Paris, 1901. — Nouveau Larousse illustré. Dict. universel encyclop. T. 4. - Deutsche Rundschau von Rodenburg. Band 1—71. — Hermann: Das Hausmeieramt ein echt germanisches Amt. — Haas: Die Austro-Burgundionen und Legionen. — Hopfen: Kaiser Maximilian II. und der Kompromiss-Katholizismus. — Hasse: König Wilhelm von Holland. (1247—1256). — Hahn: Jahrbücher des fränkischen Reichs. (741—752). — Jung: Herzog Gottfried der Bärtige unter Heinrich IV. — Harnack: Das Karolingische und das Byzantinische Reich. — Hirsch: Die Schenkungen Pippins und Karls des Grossen an die röm. Päpste. — Hug: Die Kinder Kaiser Friedrich Barbarossas — Krieger: Über die Bedeutung des 4. Buches von Coccinius Schrift « de bellis Italicis » für die Geschichte Kaiser Maximilians I. — Kaufmann: Die Fasten der späteren Kaiserzeit als ein Mittel zur Kritik der weströmischen Chroniken. — Gœcke: Die Anfänge der Landfriedensaufrichtungen in Deutschland. — Grundsätze der Finanzadministration und des Rechnungswesen in Reichsstädten. — Heller: Deutschland und Frankreich in ihren politischen Beziehungen vom Ende des Interregnums bis zum Tode Rudolfs von Habsburg. — Helfferich: Das deutsche Reichsfürstenthum. — Hüffer: Das Verhältniss des Königreichs Burgund zu Kaiser und Reich. — — Kaufmann: Die Säcularisation des Kirchenguts durch die Söhne Karl Martells. — Haagen: Karls des Grossen letzte Tage und Grab. — Hoffmeister: Das Königthum im Altgermanischen Staatsleben. - Grössler: Die Ausrottung des Adoptianismus im Reiche Karls des Grossen. — Heidemann: Hatto I. Erzbischof von Mainz, vom Jahre 891 bis 913. — Heerhaber: Über die wirtschaftliche und politische Entwicklung der deutschen Städte im Mittelalter. — Kriegk: Deutsches Bürgertum im Mittelalter. — Hüllmann: Staedtewesen im Mittelalter. — Hegel: Städte und Gilden der Germanischen Völker im Mittelalter. — Hüllmann: Geschichte des Ursprungs der Stände in Deutschland. — Hock: Gerbert oder Papst Sylvester II. und sein Jahrhundert. — Höfler: Ruprecht von der Pfalz, genannt Clem., römischer König. — Hermann: Die Ständegliederung bei den alten Sachsen und Angelsachsen. — Lambert: Die Entwickelung der deutschen Städte-Verfassungen im Mittelalter. — Hintze. Das Königtum Wilhelms von Holland. — *Hütter: Das Vehmgericht des Mittelalters.* — Tœche: Kaiser Heinrich VI. — Huschberg: Geschichte der Allemannen und Franken. — Höfler: Kaiser Friedrich II. — Hüllmann: Geschichte des Ursprungs der deutschen Fürstenwürde. — Homeyer: Über das Germanische Loosen. — Abel: Jahrbücher des Fränkischen Reiches unter Karl dem Grossen. — Häusser Ludwig: Gesammelte Schriften — von Groote: Reimchronik der Stadt Cöln aus dem XIII. Jhrdt — Schœne Alf.: Eusebii chronicorum canonum vol. II. — Pichler: Die römischen Grabschriften des norisch-pannonischen Gebietes. — Welcker: Alte Denkmäler. — Wolfsgruber: Gregor der Grosse. — Ratzel: Völkerkunde. 3 vol. 8°. — Holder: Saxonis Grammatici Gesta Danorum. — Lindenschmit: Handbuch der deutschen Alterthumskunde. — Bœtticher: Olympia. Das Fest und seine Stätte. — Chipiez: Histoire critique des origines et de la formation des ordres grecs. — Kaufmann: Die sepulcralen Jenseitsdenkmäler der Antike und des Urchristentums — Merz: Erläuterungen zu L. Weisser's Bilder-Atlas des Alterthums. — Aus'm Weerth: Kunstdenkmäler des christlichen Mittelalters in den Rheinlanden. — Müller: Geschichte der griechischen Litteratur bis auf das Zeitalter Alexanders. — Gross: Deutsche Dichterinnen und Schriftstellerinnen in Wort und Bild. — Ed. Baiter et Sauppe: Oratores Attici. — Teuffel: Studien und Charakteristiken zur griech. und röm. sowie zur deutschen Literaturgeschichte. — Bentley's Dissertations. 4 vol — Rossbach und Westphal: Griechische Metrik. — Warnkœnig: Französische Staatsgeschichte. — Weber: Die römische Agrargeschichte. — Umpfenbach: Das Kapital in seiner Kulturbedeutung. — von Schön: Studienreisen eines jungen Staatswirths in Deutschland am Schlusse des vorigen Jahrhunderts. — Wirth: Geschichte der Handelskrisen. — Wirth: Das Geld. — Zachariä: Deutsches Staats- und Bundesrecht — Bamberger Reichsgold.

Studien über Währung und Wechsel. — Vollgraff: Staats- und Rechtsphilosophie. — Wiermann: Deutsche Politik seit Bismarks Entlassung. — Schober: Katechismus der Volkswirthschaftslehre. — Struve: Der Berliner Bierboykott von 1894. — von Stein: Die Lehre vom Heerwesen. — von Stein: Die drei Fragen des Grundbesitzes und seiner Zukunft. — Schubart: Die Verfassung und Verwaltung des deutschen Reiches. — Freiherr von Stein: Denkschriften über deutsche Verfassungen. — Fürst Bismark unter drei Kaisern. — Stein W.: Die Genossenschaft der deutschen Kaufleute zu Brügge. — Wippermann: Fürst Bismark im Ruhestande. — von Stein: Lehrbuch der Nationalökonomie. — Vocke: Die Grundzüge der Finanzwissenschaft. — Biester: Verfassung des deutschen Reiches. — Blum: Die deutsche Revolution 1848—49. — von Studnitz: Nordamerikanische Arbeiterverhältnisse. — Trieps: Das deutsche Reich und die deutschen Bundesstaaten. — Lange: Kleine Schriften aus dem Gebiete der classischen Altenthumswissenschaft — Sparschuh: Kelten, Griechen, Germanen. Eine Sprachstudie. — Funck: Ludwig der Fromme. — Stœber: Die römischen Grundsteuervermessungen. — Driesmans: Das Keltenthum in der Europäischen Blutmischung. — Niese: Geschichte der griechischen und makedonischen Staaten. — Madvig: Die Verfassung und Verwaltung des römischen Staates. — Kulturgeschichte des classischen Alterthums. — Chatelain: Paléographie des classiques latins. Collection de Fascimilès. livraisons VIII-XIV. Paris, 1894-1900. — Humbracht Max.: Die höchste Zierde Teutschlands und Vortrefflichkeit des Teutschen Adels 1 vol. fol Frankfurt, 1707. — Gautier: L'année scientifique et industrielle. 1901. — Kurth: La frontière linguistique en Belgique. Tome I. avec une carte — Sienkiewiez: Quo vadis. 1 vol. 8o Paris, 1901. — La Curne de Sainte-Palaye: Dict. hist. de l'ancien Langage français ou Glossaire de la langue française depuis son origine jusqu'au siècle de Louis XIV. 10 vol. 4o. — Lamprecht: Deutsches Wirtschaftsleben im Mittelalter. 4 vol. 8o — Piolet J. B.: La France au dehors. Les missions catholiques françaises au XIXe siècle. Tomes I et II. — Keuffer: Beschreibendes Verzeichniss der Handschriften der Stadtbibliothek zu Trier. Heft I, IV und V. — Corpus inscriptionum latinarum. vol VIII et IX. — Lévy Paul: Fleurs d'oppression. 1 vol. 12o Paris, 1899. — De Amicis: Lotte Civile. 1 vol. 8o Roma, 1899. — De Amicis: Speranze e Glorie 1 vol. 8o Catania, 1900. — De Amicis: Alle Porte d'Italia. 1 vol. 8o Milano, 1899. — De Amicis: In America. 1 vol. 12o Roma, 1897. — De Amicis: Le Tre Capitali. 1 vol. 12o Catania, 1898 — De Amicis: Sulla questione sociale. 1 vol. 8o. — De Amicis: Edmondo, Poesie. 1 vol. 8o. — De Amicis: Il vino. 1 vol. 8o. — De Amicis: Sull' Oceano. 1 vol. 8o. — De Amicis: Ritratti Letterari. 1 vol. 8o. — De Amicis: Il Romanzo d'un Maestro. 2 vol 8o. — De Amicis: Ricordi di Parigi. 1 vol. 8o. — De Amicis: Ricordi di Londra. 1 vol. 8o. — De Amicis: Gli Amici. 1 vol. 8o. — De Amicis: Costantinopoli. 1 vol. 4o. — De Amicis: La Vita Militare. — De Amicis: Novelle. 1 vol. 4o. — De Amicis: Olanda. 1 vol. 4o. — Bœhmer J. P.: Regesta Imperii. V. 9. Lief. — Metternich (Richard) Mémoires du prince de, 8 vol. 8o Paris, 1881 1884. 3e éd. — Kreiten: Im fernen Osten. 1 vol. 8o Wien, 1881.

B. — Bibliothèque des Elèves.

Godefroy: Dictionnaire de l'ancienne langue française, fasc 66—99. — Le Journal de la Jeunesse, année 1900, 2 vol 4°. — Verne Jules: Seconde Patrie, 1 vol. 12°, Paris 1900 — Jamin et Bouty: Cours de physique, Tome 1er, Paris 1891. — Herchen A.: Cours d'histoire du moyen-âge, 1 vol. 8°, Luxembourg 1892. — Petry H.: Description Géologique du Gr.-D. de Luxembourg, 1 br. 4°, Luxembourg 1898, 10 Exempl. — Voltaire: Charles XII, 1 vol. 12°, Paris 1898, 49 Exempl. — Weber Fr W.: Dreizehnlinden, 99. Aufl. 12°, Paderborn, 1901, 12 Exempl. — Schmit Joh.: Schüler-Commentar zu Cäsars Denkwürdigkeiten, Leipzig 1892, 6 Exempl. — Welter Nikolaus: Aus alten Tagen, Balladen und Romanzen aus Luxemburgs Sage und Geschichte, 1 vol. 12°, Luxemburg 1900, 12 Exempl. Don du Gouvernement grand-ducal. — Duffy: Gavan, Shar Life of Thomas Davis 1840—1846. — Todhunter John: Life of Patrik Sarsfield Earl of Lucan. — Taylor J.-F. Owen Roe O'neill, 1 vol. 12°. Don de Mr Nicolas Weydert, architecte. — Hagemann: Elemeute der Philosophie; 3 vol. 8°, Freiburg i. B. 1879 Don de Mr l'abbé Fr. Gaspar. — Gœthe: Torquato Tasso. Ein Schauspiel, Schulausgabe, 1 vol. 12, Stuttgart 1883. — Gœthe: Iphigenie auf Tauris. Ein Schauspiel, Schulausgabe, 1 vol. 12°, Stuttgart 1883. Don de Mr Nic. Gredt, Directeur de l'Athénée.

C. — Cabinet de physique.

Baroscope. — Spectroscope. — Lunette de Galilée. Appareil pour la chaleur spécifique. — Appareil pour les expériences d'électromagnétisme.

D. — Laboratoire de chimie.

Réactifs chimiques. — 2 brûleurs Teclu. — Lame de palladium. — Ballons et flacons en verre. — Appareil pour la distillation de l'eau.

E. — Cartes géographiques.

1) Gæbler. Physikalische Wandkarte von Asien. — 2) Gæbler. Politische Wandkarte von Asien — 3) Gæbler. Wandkarte von Australien. — 4) Gæbler. Physikalische Wandkarte von Afrika. — 5) Gæbler. Politische Wandkarte von Afrika. — 6) Gæbler. Politische Wandkarte von Europa (2 exempl.). — 7) Gæbler. Physikalische Wandkarte von Amerika. — 8) Gæbler. Politische Wandkarte von Amerika. — 9) Gæbler. Wandkarte der Balkan-Halbinsel. — 10) Kindt. Hauptformen der Erdoberfläche. — 11) Kirchhof. Rassenbilder. — 12) Kirchhof. Charakterbilder. — 13) Vivien de Saint-Martin. Atlas général (suite). — 14. Schotte. Globe terrestre.

F. — Cabinet d'histoire naturelle.

1) Eurotium Aspergillus glaucus. — 2) Asclepias Cornuti. — 3) Euphorbia Cyparissias. — 4) Salvia officinalis. 5) Asperula odorata. — 6) Viola tricolor. — 7) 6 plantes insectivores : Aldrovanda, Dionaea, Drosera, Nepenthes, Sarracenia et Utricularia.

X. — Statistique.

91 élèves nouveaux sont entrés au gymnase à l'ouverture ou dans le courant de l'année scolaire 1900–1901. Voici les noms de ces élèves avec indication du domicile de leurs parents :

a) au commencement de l'année scolaire:

Cours supérieurs : Krieps Victor de Grosbous ; Lamborelle Ernest de Vianden ; Weber Jean de Gœsdorf.

IIe classe : Stoffel Jean-Pierre de Pretten.

IIIe classe : Ernster Ferdinand de Weimerskirch ; Faber Joseph de Luxembourg ; Fox Alfred de Bettingen ; Rischard Paul de Luxembourg ; Weitzel Edouard de Capellen.

Ve classe : Speyer Théodore de Hespérange.

VIe classe . Bochkoltz Victor de Weilerbach ; Feltes Jean de Gœtzingen ; Margue Nicolas de Fingig ; Molitor Michel d'Ettelbrück ; Oorth Henri de Remich ; Wagner Michel de Wilz

Classe préparatoire : Beck Nicolas de Kobenbour; Bervard Alphonse de Luxembourg ; Bischoff Lucien de Mersch; Bisenius Joseph de Perlé ; Blum René d'Esch s.-l'Alz.; Bonifas Jean-Pierre de Mamer ; Bour Léopold de Dalheim ; Brasseur Gustave de Differdange ; Carels Norbert de Rédange s /A.; Chomé François de Luxembourg ; Dennemeyer Emile de Luxembourg; Diederich Pierre de Berchem ; Dieschbourg Léon de Luxembourg ; Düren Maurice de Luxembourg; Fonck Théodore de Metz; Fox Edouard de Bettange; Frieden Jean-Pierre d'Ehnen; Funck Georges de Luxembourg; Gillen Nicolas de Luxembourg ; Govers Armand de Luxembourg; Hartmann Joseph de Vianden ; Hellers Alphonse de Fenningen : Hemmer Nicolas de Hamm ; Hilbert Jean-Pierre de Mamer ; Hilger François de Luxembourg ; Hippert Michel d'Oetrange ; Hostert Joseph de Luxembourg ; Jubert Henri de Luxembourg ; Kass Jean-Pierre de Fentange ; Keiffer Jules de Luxembourg ; Klein Nicolas de Lintgen ; Koch Maurice de Luxembourg; Kœnig Lucien de Luxembourg ; Lacaff Jean-Pierre de Bonnevoie ; Lambert Max de Luxembourg ; Lebègue Georges de Bruxelles ; Metz Jean de Vianden ; Miesch Louis de Luxembourg ; Miller Emile de Vianden : Mousset Camille d'Esch s.-l'Alz.; Müller Félix de Hosange ; Müller Léon de Luxembourg ; Müller Nicolas de Nœrdange ; Nouille Léon d'Ellezelles ; Ollinger Camille de Dudelange ; Origer Henri d'Esch s.-l'Alz ; Philippart Paul de Luxembourg : Pinth Camille de Born ; Ries Emile d'Esch s.-l'Alz.; Scholer François d'Alzingen ; Scholtus Camille d'Ospern ; Schoos Jean d'Avize ; Schreiber Alphonse de Wilz ; Schuler Joseph de Luxembourg ; Stoffels Pierre d'Itzig ; Thiry Jules de Hoffelt ; Tœlle Antoine d'Ansembourg ; Tresch Jean-Baptiste de Bons-malades ; Türk Charles de Luxembourg ; de Wæl Paul d'Eich ; Watry Léon de Hollerich ; Welter Eugène de Lintgen ; Welter Marcel d'Esch s.-l'Alz.; Wenger Ernest de Luxembourg ; Wilhelmy Ernest de Luxembourg; Zuang Arnould de Luxembourg.

b) Dans le courant de l'année scolaire:

IIIe classe : Schrœder Joseph d'Ettelbruck ; Thorn Ernest d'Echternach.

IVe classe : Schœtter Armand de Bettembourg.

Ve classe : van den Berg Jean de Liége.

VIe classe : Weisgerber Jean-Pierre d'Esch s.-l'Alz ; Wilwers Emile de Clervaux.

Classe préparatoire : Bettendorf Emile de Bonnevoie ; Stange François de Luxembourg.

Tableau du nombre des élèves rangés par classes et par sections.

	Cours supérieurs (lettres).	I.	II.	III. A.	III. B.	IV. A.	IV. B.	V. A.	V. B.	VI. A.	VI. B.	Prép. A.	Prép. B.	TOTAL.
Ier Semestre. .	15	37	37	30	30	23	25	38	31	32	30	41	38	407
IIe Semestre. .	13	36	35	31	28	21	23	35	29	30	26	38	37	382

Le nombre total des élèves qui ont fréquenté le gymnase durant l'année scolaire, ou seulement durant une partie de l'année scolaire, s'élève à 409.

407 élèves sont catholiques, 1 protestant et 1 israélite.

Tableau renseignant le nombre des élèves par classes et par sections et les rangeant par cantons, d'après le domicile des parents ou tuteurs.

	Canton de														
	Luxembourg-ville.	Luxembourg-campagne.	Capellen.	Esch.	Mersch.	Redange.	Diekirch.	Clervaux.	Wilz.	Vianden.	Grevenmacher.	Echternach.	Remich.	ÉTRANGER.	TOTAL.
Cours supérieurs (lettres)	7	1	»	1	1	2	»	»	1	1	1	»	»	»	15
Ire classe, ...	10	4	»	8	3	2	1	»	»	»	4	2	2	1	37
IIe »	11	6	2	2	2	4	1	1	1	»	3	1	3	»	37
IIIe » section A. . .	14	3	»	4	»	2	1	1	»	»	3	»	2	1	31
IIIe » » B. . .	20	2	1	6	1	»	»	»	1	»	»	»	»	»	31
IVe » » A. . .	13	1	2	3	»	»	1	»	1	»	1	»	1	»	23
IVe » » B. . .	8	7	1	1	2	4	»	1	»	»	1	»	»	»	25
Ve » » A. . .	10	3	2	9	2	2	1	3	»	»	3	»	2	1	38
Ve » » B. . .	10	11	»	3	1	»	»	2	»	»	»	»	3	1	31
VIe » » A. . .	6	6	1	5	2	»	2	1	1	»	3	»	1	4	32
VIe » » B. . .	13	7	1	1	»	»	2	»	»	»	4	»	1	1	30
Classe prép., sect. A. . .	23	7	1	5	»	2	»	»	»	»	»	»	1	2	41
» » » B. . .	13	6	2	4	2	2	»	1	»	2	2	1	1	2	38
TOTAL. . .	158	64	13	52	16	20	9	10	5	3	25	4	17	13	409

Nombre des élèves qui ont demeuré

	chez leurs parents, dans la commune de Luxembourg.	chez des correspondants, dans la commune de Luxembourg.	Au pensionnat épiscopal.	chez leurs parents, hors de la commune de Luxembourg.	chez des correspondants, hors de la commune de Luxembourg.
Cours supérieurs......	8	6	»	1	»
Ire classe............	10	7	12	7	1
IIe »	11	7	11	6	2
IIIe »	31	4	20	6	1
IVe »	18	1	20	9	»
Ve »	20	1	33	14	1
VIe »	19	1	29	11	2
Classe préparatoire....	36	4	27	12	»
TOTAL...	153	31	152	66	7

Examens.

Noms des élèves qui ont subi la candidature en philosophie et lettres pendant la dernière session 1900—1901 du jury d'examen pour la collation des grades :

I. — Candidature en philosophie et lettres, préparant au doctorat.

D'une manière satisfaisante: *Kratzenberg Damien* de Clervaux, *Müller Mathias* de Bourscheid, *Ries Nicolas* de Flaxweiler, *Ruppert Henri* de Hollerich, *Simmer Nicolas* de Kayl, qui ont fait leurs études supérieures aux cours supérieurs des lettres à l'athénée et le 1er: aux universités de Lille et de Berlin, le 2me: à Paris et à Fribourg (Suisse), le 3me: à Paris et à Munich, le 4me: à Paris, le 5me: à Lille.

II. — Candidature en philosophie et lettres, préparant à l'étude du droit.

Les élèves suivants, des cours supérieurs des lettres, ont passé cette épreuve : A. Avec distinction : *Schlesser Emile* de Diekirch. — B. D'une manière satisfaisante: *Frauenberg Robert* de Diekirch, *Kohn Maurice* d'Esch s. A., *Mauritius François* de Bech-Kleinmacher et *Salentiny Victor* d'Ettelbrück.

Liste des élèves qui ont passé l'examen de maturité à la fin de l'année scolaire 1899—1900, avec indication de la carrière qu'ils se proposent d'embrasser.

NOMS, PRÉNOMS ET LIEU DE NAISSANCE.	CARRIÈRE DANS LAQUELLE ILS SE PROPOSENT D'ENTRER.
a) avec distinction :	
1. *Neuberg Jules* de Luxembourg...........	Génie civil.
2. *Biver Camille* de Luxembourg...........	Génie civil.
3. *Schmit Henri* d'Oberanven.............	Théologie.

b) d'une manière satisfaisante

4.	*Oster Auguste* de Bonnevoie	Philologie.
5	*Philippe Alphonse* de Luxembourg	Théologie.
6.	*Widung André* de Rumelange	Théologie.
7.	*Faber Gustave* de Larochette	Sciences naturelles.
8.	*Werling Ferdinand* de Luxembourg	Banque
9.	*Wagener Nicolas* de Schwebsingen	Administration des travaux publics.
10.	*Colling Prosper* de Mamer	Théologie.
	Liesch Gustave de Luxembourg	Jurisprudence.
12.	*Urbany Jean-Pierre* de Luxembourg	Théologie.
13.	*Flies Nicolas* de Luxembourg	Administration des chemins de fer.
	Schintgen Georges d'Altrier	Carrière administrative.
15.	*Van Werveke Joseph* d'Esch s. Alzette	Commerce.
16.	*Weis Jos.* de Manternach	Théologie.
17.	*Soisson J.-B.* de Lorentzweiler	Sciences physiques et mathématiques.
18.	*Stumper Armand* de Walferdange	Jurisprudence.
19.	*Weiss Victor* d'Esch s. Alzette	Théologie.
20.	*Oberhoffer Paul* de Marie-aux-Mines	Génie civil.
21.	*Kieffer J.-P.* de Garnich	Administration des chemins de fer.
	Schmit Thé. de Gostingen	Génie civil.
23.	*Büchler Bernard* de Grevenmacher	Administration des chemins de fer.
24.	*Daubenfeld Arthur* de Hollerich	Administration des chemins de fer.
	Reiffers Edmond de Mondorf	Jurisprudence.
26.	*Thilges Norbert* de Luxembourg	Génie civil.
27.	*Feipel Ernest* de Wellenstein	Génie civil.
	Weis Math. de Manternach	Théologie.
29.	*Redlinger Emile* d'Eich	Commerce.
30.	*Durbach François* de Rolling-Assel	Théologie.
31.	*Mertz Emile* d'Useldange	Génie civil.
32.	*Herriges Edmond* de Mersch	Jurisprudence.
33	*Hannes Gustave* de Rollingen-lez-Mersch	Administration des douanes.
34.	*Prussen Gustave* de Hosingen	Génie civil.
35.	*Petermann Charles* de Luxembourg	Génie civil.
36.	*Anton Camille* d'Itzig	Administration des chemins de fer.
37.	*Brincour Othon* de Luxembourg	Génie civil.
38.	*Stoffels Nicolas* d'Itzig	Administration des chemins de fer.
39.	*Hoffman Jean* de Gonderange	Théologie.
40.	*Ney Nicolas* de Filsdorf	Commerce.
41.	*Emering Nicolas* de Schuttrange	Théologie.
42.	*Dupont Théodore* d'Esch s. Alzette	Jurisprudence.
43.	*Sinner Gustave* de Livange	Jurisprudence.

Sujets des compositions de l'examen de maturité à la fin de l'année scolaire 1899—1900.

1. *Doctrine chrétienne*: 1. Weiset nach, dass ohne den Beistand der Gnade der Mensch unvermögend ist, das Naturgesetz nach seinem ganzen Umfange auf längere Zeit zu beobachten.

2. Wird die göttliche Vorschrift, den Empfang des hl. Altarssakramentes betreffend, durch den Empfang unter einer Gestalt erfüllt?

3. Wie wird uns durch die hl. Schrift und die Ueberlieferung die Gegenwart Christi im Altarssakrament verbürgt?

2. *Langue allemande* : Den stolzen Sieger stürzt sein eigenes Glück (Schiller).

3. *Langue française* :

Tel donne à pleines mains qui n'oblige personne :
La façon de donner vaut mieux que ce qu'on donne.
Corneille.

4. *Langue latine* : 1. Thème. — 2. Version : Tite Live, l. II, ch 3.

5. *Langue grecque* : Défaite de la flotte athénienne à Aegos-Potamos (Extrait de Plutarque, Alcib. 37).

6. *Mathématiques* : *a*) *Algèbre* : 1. On donne un triangle équilatéral ayant A pour côté. On inscrit un cercle dans ce triangle ; puis un cercle tangent au premier et aux côtés d'un angle du triangle, puis un cercle tangent à ce second cercle et aux côtés du même angle ou triangle, et ainsi de suite. Trouver la limite de la somme des aires de ces cercles.

2. Un ouvrier demande quelle somme il doit placer à partir de la 21e année jusqu'à la 70e à 3,5 % et à intérêts composés, pour avoir à 60 ans un capital de 30,000 frs.

3. Une ville emprunte 1,800,000 frs. à 4 % et veut amortir cette dette en 30 ans. Quelle annuité doit-elle y consacrer ?

b) *Géométrie* : 1. Quelle est la mesure de la surface d'un triangle sphérique ? (à démontrer).

2. Chercher la hauteur d'un cône circulaire en cuivre qui pèse 200 kos et dont le rayon de la base est 37 cm., la densité du cuivre étant 8,85.

3. Inscrire dans une sphère un cône dont la surface latérale soit égale à la surface de la zone de même base.

c) *Trigonométrie* : 1. Rendre calculable par logarithmes : tang. 28°, 18' + tang. 45°, 28'.

2. Résoudre un triangle rectangle connaissant a et $b + c$.

3. Calculer le volume d'un cône droit dans lequel le rayon de la base a 10 m et l'angle qui fait l'arête avec cette base 27°, 17'.

7. *Histoire* : 1. Quels furent les résultats de la pragmatique sanction de Charles VI d'Autriche et les principaux évènements de la guerre qui en fut la suite ?

2. Le traité de Vienne de 1809 et la situation de l'Europe en 1811.

3. Quelles sont les trois étapes de la formation de l'unité allemande ? Racontez la guerre allemande de 1866

8. *Cosmographie* : 1. Expliquez les systèmes de Ptolémée et de Copernic. Y-a-t-il un système intermédiaire ?

2. Expliquez l'origine des vents en général, des vents alizés et des moussons en particulier.

3. Quelle est la distance de la lune à la terre ? Quel est le volume de la lune ? Quelles sont les conditions requises pour qu'il y ait éclipse de lune ? Expliquez pourquoi nous apercevons toujours la même hémisphère de la lune.

9. *Physique et chimie* : 1. Quelle est la différence de potentiel aux extrémités d'un fil de cuivre de 1000 mètres de long et de 2 mm. d'épaisseur traversé par un courant de 6 ampères, la résistance spécifique du cuivre étant 0,018 ?

2. Décrire l'arc voltaïque.

3. Expliquez la lunette de Galilée.

4. Quel est le travail chimique qni se fait dans les hauts fourneaux ?

Sujets de rédaction traités par les élèves des deux classes supérieures pendant l'année scolaire 1900—1901.

A. — Langue allemande.

Devoirs et compositions en Ire. — 1. Camillus widerrät die Auswanderung nach Veji (Liv. V, 51 ff). — 2. Max Piccolomini sucht Wallenstein vom Abfall abzumahnen (Rede nach Schillers « Wallensteins Tod » II, 2). — 3. Charakteristik Wallensteins (nach « Wallensteins Tod »). — 4. Ob der Oberst Buttler in Schillers « Wallensteins Tod » so dargestellt ist, dass sich in seinem Charakter keine Widersprüche finden. — 5 Kolumbus an seine aufrührerischen Matrosen. — 6. Die zwei Schlussscenen der Wallensteintrilogie. — 7. Glücklich bestandene grosse Gefahren sind eine Wohlthat für die Völker. — 8. Dem Alter nicht, der Jugend sei's geklagt, wenn uns das Alter nicht behagt. — 9. Die Frauen in Schillers « Wilhelm Tell ». — 10. Charakter des Wilhelm Tell.

Devoirs et compositions en IIe — 1. Der Spätherbst, ein Bild des Greisenalters. — 2. Charakterzeichnung des Thibaut d'Arc nach Schillers Jungfrau von Orléans. — 3. Der Prolog in Schillers Jungfrau von Orléans. — 4. Plan und Anlage des I. Aktes der Jungfrau von Orléans — 5. Charakterzeichnung Karls nach Akt I der Jungfrau von Orléans. — 6. Die Frauengestalten in Schillers Jungfrau von Orléans. — 7. Johannas Seelenkampf (Metrischer Versuch nach Schillers Jungfrau von Orléans IV, 1) — 8. Der Verkehr sonst und jetzt. — 9. Der tragische Charakter Johannas nach Akt IV und V. — 10. Worin besteht die Sühne Johannas? — 11. Mortimers Charakter nach Schillers Maria Stuart. — 12. Gang der Handlung in Maria Stuart. Akt V. — 13. In der Fremde. (Gedicht). — 14. Segen guter Gewöhnung. — 15. Der dreissigjährige Krieg. nach Schiller, Wallensteins Lager. — 16. Max Piccolomini nach Schillers Piccolomini, Akt V.

B — Langue française.

1re Classe : 1. Interpréter au point de vue moral ce mot de Franklin : « La clef est claire tant qu'on s'en sert ». — 2. Commenter ces vers de Corneille :

« Tel donne à pleines mains qui n'oblige personne ;
« La façon de donner vaut mieux que ce qu'on donne. »

— 3. Apprécier cette pensée de La Bruyère : «Regarder au-dessous de soi, non au-dessus, c'est l'art d'être heureux ». — 4. Imaginer que la vieille année vient vous faire ses adieux et vous présenter celle qui va la remplacer auprès de vous. Qu'avez-vous à dire à l'une et à l'autre ? — 5. Quels sont les bienfaits du travail ? — 6. La ville par un temps de brouillard. — 7. Développer et apprécier cette morale de La Fontaine :

« Il faut, autant qu'on peut, obliger tout le monde ;
« On a souvent besoin d'un plus petit que soi. »

— 8. Les trois premiers actes du Cid ne sont-ils pas résumés dans ces vers de Chimène :

« Tu n'as fait le devoir que d'un homme de bien,
« Mais aussi le faisant tu m'as appris le mien. »

— 9. La leçon des exemples vaut mieux que celle des préceptes. — 11. Priam aux pieds d'Achille (discours). — 10. Est-il vrai de dire que Rodrigue et Chimène passent la moitié de leur temps à exprimer, non pas les sentiments qu'ils ont, mais ceux qu'ils croient qu'ils devraient avoir? — 12. Apprécier la parole de don Fernand : « Je dois agir en roi ». — 13. Montrer comment Bossuet, dans ses oraisons funèbres, sait concilier le mépris chrétien des grandeurs humaines avec son admiration naturelle pour le génie et pour la gloire. — 14. Charles Martel, avant d'attaquer les Sarrasins entre Tours et Poitiers, adresse une harangue à ses troupes.

2me Classe : 1. Une séance chez le photographe. — 2. Composer une histoire imitée de la fable : *les deux Mulets*, et dégager de ce récit un enseignement moral. — 3. Une journée de pluie après une longue sécheresse. — 4. Das Rotkehlchen (Krummacher) (Traduction). — 5. La tempête d'Ulysse (d'après Homère). — 6. Dupuytren et le curé de campagne. — 7. Vercingétorix au triomphe de César. — 8. Le Renard. Rechercher et analyser dans les fables de la Fontaine trois rôles ou aspects différents de cet astucieux personnage. — L'âne. — 10. Le printemps à la campagne. — 11. Le rossignol. — 12. Poussez, bourgeons ; croissez, fleurs du printemps ; violettes, répandez votre parfum. (Sujet poétique à traiter en vers). — 13. La satire ; — ce qu'elle doit être (d'après Boileau). — 14. L'aiguilleur. — 15. Imiter la VIe satire de Boileau dans un sujet intitulé : *Les embarras du trottoir* — 16. La fenaison. — 17. Marquer les principaux traits du caractère romain d'après *la Grandeur et la Décadence des Romains*, de Montesquieu. — 18. Expliquer comment Corneille a su varier dans trois personnages, le vieil Horace, son fils et Curiace, l'expression d'un même sentiment, le patriotisme. — 19. La sœur de charité. — 20. Suivre les transformations d'un arbre à fruit pendant une année et y comparer les quatre âges de la vie humaine.

Noms des élèves qui ont subi l'examen de passage de la IVe gymnasiale en IIIe.

1. *Arendt* Max de Luxembourg ; 2. *Bartel* Gustave de Luxembourg ; 3. *Bellion* Camille de Luxembourg ; 4. *Bernardy* Joseph d'Erpeldange ; 5. *Biel* Pierre de Luxembourg ; 6. *Biwer* Nicolas de Steinfort ; 7. *Bourg* François de Luxembourg ; 8. *Bourg* Léon de Buschrodt ; 9. *Champagne* Eugène de Luxembourg ; 10. *Diderich* Gaston de Luxembourg ; 11. *Didier* Nicolas de Rodenbourg ; 12. *Düren* Norbert de Luxembourg ; 13. *Enzweiler* Max de Luxembourg ; 14. *Erpelding* Jean-Pierre de Berg-Betzdorf ; 15. *Faber* François de Luxembourg ; 16. *Flies* Henri de Beggen ; 17. *Fox* Michel de Wilz ; 18. *Hary* Alfred de Dudelange ; 19. *Hentgen* Gustave de Rœdgen ;

20. *Herriges* Louis de Luxembourg; 21. *Kettenmeyer* Jean de Contern; 22. *Kœtz* Aloyse d'Esch-sur-l'Alzette; 23. *Kowalsky* Dominique de Luxembourg; 24. *Kreins* Michel de Hupperdange; 25. *Massard* Joseph d'Esch-sur-l'Alzette; 28. *Metz* Robert d'Esch-sur-l'Alzette; 27. *Müller* Gustave de Walferdange; 28. *Müller* Jean-Pierre de Hespérange; 29. *Neiers* Nicolas de Luxembourg; 30 *Nœsen* Jacques d'Esch-sur-l'Alzette; 31. *Nouille* Emile d'Ellezelles (Hainaut); 32. *Ourth* Félix de Remich; 33. *Pfeiffenschneider* Edouard de Luxembourg; 34. *Pothas* Jean-Pierre de Rollingergrund; 35. *Prim* Charles d'Esch-sur-l'Alzette; 36. *Reiser* Paul de Luxembourg; 37. *Rewenig* Pierre de Luxembourg; 38. *Schmit* Regnard de Dalheim; 39. *Schreiber* Jean de Luxembourg; 40. *Schuman* Robert de Luxembourg; 41. *Schwartz* Théophile de Luxembourg; 42. *Servais* Maurice de Luxembourg; 43. *Stoffel* Henri de Pretten; 44. *Thilges* Joseph de Luxembourg; 45. *Trierweiler* Michel de Luxembourg; 46. *Ungeheuer* Michel de Munschecker; 47. *Wampach* Camille de Dudelange; 48 *Wampach* Charles de Luxembourg; 49. *Welschbillig* Léon d'Esch-sur-l'Alzette; 50. *Weydert* Victor de Klein-Bettingen; 51. *Wirion* Edmond de Luxembourg; 52. *Schoup* Nic. de Luxembourg; 53. *Zimmer* Victor de Luxembourg.

Noms des élèves qui ont quitté l'établissement : a) à la fin de l'année scolaire 1899 – 1900.

Cours supérieurs (lettres): *Engelmann* René de Vianden; *Oster* Edouard de Hollerich; *Schloltert* Nic. de Wilz; *Frauenberg* Rob. de Diekirch; *Kohn* Maurice d'Esch-sur-Alzette; *Mauritius* Franç de Bech-Kleinmacher; *Salentiny* Victor d'Ettelbrück; *Schlesser* Em. de Diekirch; *Klaess* Pierre de Losheim; *Koppes* Jean de Trintange; *Baldauff* Louis d'Echternach; *Reuter* Nicolas de Luxembourg; *Schaeftgen* Em. d'Esch-sur-Alzette

I^re^ Classe: *Biver* Cam. de Luxembourg; *Daubenfeld* Arthur de Hollerich; *Dürbach* Franç. de Rolling-Asselt; *Flies* Nic. de Luxembourg; *Hoffman* Jean de Gonderange; *Jacques* Norb. d'Eich; *Kieffer* J. P. de Garnich; *Neuberg* Jules de Luxembourg; *Oberhoffer* Paul de Ste Marie-aux-Mines; *Redlinger* Em. d'Eich; *Schintgen* Georges d'Altrier; *Stoffels* Nic. d'Itzig; *Thilges* Norb. de Luxembourg; *Weber* Jean de Lenningen; *Widung* André de Rumelange; *Anton* Cam d'Itzig; *Brincour* Othon de Luxembourg; *Colling* Prosp. de Mamer; *Emering* Nic. de Schuttrange; *Feipel* Ern. de Wellenstein; *Hannes* Gust. de Rollingen-lez-Mersch; *Mertz* Em. d'Useldange; *Ney* Nic. de Filsdorf; *Petermann* Charles de Luxembourg; *Prüssen* Gust de Hosingen; *Schmit* Henri d'Oberanven; *Schmit* Théod. de Gostingen; *Van Werveke* Jos. d'Esch-sur-l'Alzette; *Wagener* Nic. de Schwebsingen; *Weis* Jos. de Manternach; *Weis* Math. de Manternach; *Weiss* Victor d'Esch-sur-l'Alzette; *Werling* Ferd. de Luxembourg.

II^e^ Classe: *Moutrier* J. P. de Mamer.

III^e^ Classe: *Baclesse* Henri de Luxembourg; *Schrœder* Joseph d'Ettelbrück; *Thielen* Albert de Luxembourg.

IV^e^ Classe. *Eyschen* Frédéric de Weiswampach; *Gevelinger* Alphonse de Sandweiler; *Jungblut* Ferd. de Cassel; *Müller* François de Weiler-la-Tour; *Berg* Joseph de Dudweiler; *Gennes* Henri de Strasbourg; *Glod* Sébastien d'Esch s. Alz.; *Lux* Jean de Lieler; *Magonnette* Eugène de Roodt (Rédange); *Prim* Charles d'Esch s. Alz.; *Schœtter* Armand de Bettembourg.

V^e^ Classe: *Feller* Eugène de Hespérange.

VI^e^ Classe: *Kayser* J. P de Tétange; *Kroll* Paul de Hallanzy (Luxbg. belge); *Pies* Jules de Luxembourg; *Fettes* Clément de Fingig; *Prüssen* Robert de Hosingen; *Antun* Jean de Rollingergrund; *Kraus* Paul de Hollerich; *Oberlinckels* J.-Pierre de Hosingen; *Schmitz* Joseph de Hachiville.

Classe préparatoire: *Alesch* François de Grevenmacher; *Apel* Ernest d'Ehnen; *Herber* Philippe de Remich; *Herckmans* Joseph de Dudelange; *Hoffmann* Alphonse de Weimerskirch; *Meyer* Walther de Biebrich; *Pletschette* Emile de Wahl; *Ross* Jean-Pierre de Luxembourg; *Luja* Charles de Rumelange; *Müller* Théophile de Luxembourg.

b) Dans le courant de l'année scolaire 1900—1901.

Cours supérieurs: *Büchler* Bernard de Grevenmacher; *Philippe* Alphonse de Luxembourg.

I^re^ Classe: *Fiedler* Paul de Remich

II^e^ Classe: *Eicher* Nicolas de Hachiville; *Schwartz* Michel de Boulaide.

III^e^ Classe: *Biel* Pierre de Luxembourg; *Rewenig* Pierre de Vianden; *Schreiber* Alphonse de Luxembourg; *Servais* Maurice de Luxembourg; *Wampach* Charles de Luxembourg.

IV^e^ Classe: *Frising* Jean-Baptiste de Remich; *Glaesener* Isidore de Wilz; *Urbain* Henri de Luxembourg; *Wagner* Joseph de Pétange.

V^e Classe: *Chomé* Émile de Luxembourg; *Dennemeyer* Joseph de Merl; *Ensch* Edouard de Dalheim; *Kremer* Henri d'Esch s.-l'Alz.; *Leibfried* Robert de Schrondweiler; *Olinger* Alphonse d'Ettelbrück.

VI^e Classe: *Glaesener* Auguste de Wilz; *Huberty* Willibrord de Luxembourg; *Lévy* Adolphe de Hollerich; *Schauls* Félix d'Esch s.-l'Alz; *Zuang* Jean-Baptiste de Luxembourg; *Weisgerber* Jean-Pierre d'Esch s.-l'Alz.

Classe préparatoire: *Birget* Jean de Luxembourg; *Brasseur* Gustave de Differdange; *Ehlinger* Emile de Dalheim; *Mousset* Camille d'Esch s.-l'Alz.

Ont quitté l'établissement à la fin de l'année scolaire 1899—1900.

13	élèves	des cours supérieurs (lettres).	
33	»	de la 1re classe	
1	élève	» 2^e	»
3	élèves	» 3^e	»
11	»	» 4^e	»
1	élève	» 5^e	»
9	élèves	» 6^e	»
10	»	» de la classe préparatoire.	
Total: 81			

Ont quitté l'établissement dans le courant de l'année scolaire 1900—1901.

2	élèves	des cours supérieurs.	
1	élève	de la 1re classe.	
2	élèves	» 2^e	»
5	»	» 3^e	»
4	»	» 4^e	»
6	»	» 5^e	»
6	»	» 6^e	»
4	»	» classe préparatoire	
Total: 30			

Donc 111 élèves ont quitté le gymnase, ou environ 27 pCt.

Minerval. — Soixante-deux élèves sont été exemptés du paiement du minernal. Les exemptions du paiement du minerval atteignent environ 15 pCt.

Le Directeur.

DISTRIBUTION DES PRIX,

faite à la

CLÔTURE DE L'ANNÉE SCOLAIRE

1900—1901.

Points correspondants aux chiffres, qui indiquent les progrès des élèves.

CHIFFRES.	VALEUR DES CHIFFRES.	POINTS CORRESPONDANTS.	
1	Distingués	60 – 55	54 – 50
2	Grands	54 – 45	49 — 40
3	Satisfaisants	44 — 30	39 – 27
4	Insuffisants	29 — 20	26 – 18
5	Faibles.	19 – 10	17 – 9
6	Très faibles	9 – 1	8 — 1

COURS SUPÉRIEURS.

Les élèves qui ont suivi ces cours, ne reçoivent pas de prix (art. 14 du règlement général).

Ces élèves sont :

Büchler Bernard, de Grevenmacher ; *Dupont* Théodore, d'Esch-sur-l'Alzette ; *Faber* Gustave, de Larochette ; *Herriges* Edmond, de Mersch; *Krieps* Victor, de Grosbous; *Lamborelle* Ernest, de Vianden ; *Philippe* Alphonse, de Luxembourg; *Liesch* Gustave, de Luxembourg; *Oster* Auguste, de Bonnevoie ; *Reiffers* Edmond, de Mondorf; *Sinner* Gustave, de Livange; *Soisson* Jean-Baptiste, de Lorenzweiler; *Stümper* Armand, de Walferdange ; *Urbany* Jean-Pierre, de Luxembourg; *Weber* Jean, de Gösdorf.

TABLEAU DES ÉLÈVES

qui reçoivent des PRIX et des ACCESSITS avec indication des points obtenus dans les diverses branches.

Nombre des points requis pour obtenir un prix : $^4/_5$. — Nombre des points requis pour obtenir un accessit : $^3/_4$.

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Points obtenus dans les différentes branches.								
		Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Grec	Mathématiques.	Histoire et Géographie.	Sciences physiques.	TOTAL.
	I^re CLASSE. — *37 élèves.*									
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1er Prix.	*Kugener* Léon, de Wasserbillig	148	140	129	154	134	142	141	144	1132
2e —	*Wagener* Joseph, de Hollerich	145	125	133	134	129	139	140	140	1085
3e —	*Marx* Georges, de Schifflange	124	127	120	143	129	146	133	141	1063
4e —	*Schanen* Jules, de Hollerich.	130	132	129	141	128	137	133	128	1058
5e —	*Wolter* Nicolas, de Christnach.	150	132	128	141	122	119	129	134	1055
1er Access.	*van Dyck* Alfred, de Kayl	144	109	131	131	125	139	138	130	1047
2e —	*Palgen* Paul, de Maizières-les-Metz. . .	137	122	135	127	124	125	133	132	1035
3e —	*Krantz* Nicolas, de Bettingen	134	112	116	137	120	132	133	139	1023
4e —	*Friedrich* Emile, de Luxembourg . . .	138	122	124	133	127	117	129	128	1018
5e —	*Zimmer* Mathias, de Manternach. . . .	138	117	111	119	123	138	127	133	1006
6e —	*Molitor* Mathias, d'Oberdonven.	146	121	117	124	108	130	127	125	998
7e —	*Kapp* Théodore, d'Osweiler	130	123	116	128	127	121	128	113	986
	Linder Joseph, de Luxembourg	128	134	131	121	125	114	119	115	986

Une mention honorable est accordée à l'élève Conrath François, de Mondorf, malade pendant le troisième trimestre. D'après le résultat des deux premiers trimestres, il aurait obtenu le 3e prix.

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS	Points obtenus dans les différentes branches. Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Grec.	Mathématiques.	Histoire et Géographie.	Sciences physiques.	TOTAL.
	IIe CLASSE. — *36 élèves.*									
	Maximum des points . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1er Prix.	*Thorn* Joseph, de Luxembourg	148	137	146	157	146	145	154	146	1179
2e —	*Steffen* Albert, de Rédange s./Attert . .	146	136	120	147	141	106	152	138	1086
1er Access.	*Schock* Nicolas, de Grevenmacher . . .	138	126	116	122	131	119	127	130	1009
	Sandt Jean, de Bech-Kleinmacher . . .	135	125	122	133	121	115	142	116	1009
2e —	*Schwall* Emile, de Mamer.	134	131	123	116	116	119	140	128	1007
	Gales Bernard de Wellenstein	134	119	110	121	135	131	131	126	1007
3e —	*Braun* Michel, de Consdorf	139	128	110	130	117	114	131	135	1003
4e —	*Greisch* Edouard, de Nothumb.	118	129	120	118	122	132	122	139	1000
5e —	*Bertrand* Nicolas de Hostert	133	122	112	120	109	129	136	137	998
6e —	*Weiwers* Guillaume, de Luxembourg . .	129	120	109	121	114	126	138	137	994
7e —	*Schumacher* Léon, de Bettembourg . .	140	118	127	118	114	112	121	126	976
	IIIe CLASSE. — Section A. — *31 élèves.*									
	Maximum des points . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1er Prix.	*Champagne* Eugène, de Luxembourg. .	140	143	154	167	139	151	151	137	1182
2e —	*Schuman* Robert, de Luxembourg . . .	148	134	148	154	142	142	153	144	1165
3e —	*Bourg* Léon, de Buschrodt	99	81	98	108	100	84	100	94	764[1]
4e —	*Erpelding* Jean-Pierre, de Berg	142	131	133	146	130	128	150	141	1101
5e —	*Schmit* Regnard, de Dalheim	146	125	138	153	134	122	144	133	1095
6e —	*Bernardy* Joseph, d'Erpeldange	146	120	126	146	133	127	136	129	1063
7e —	*Enzweiler* Max, de Luxembourg. . . .	142	121	120	131	140	135	136	131	1056
1er Access.	*Hary* Alfred, de Dudelange	141	110	139	140	140	103	151	123	1047
2e —	*Neiers* Nicolas, de Luxembourg	135	127	124	149	134	112	146	117	1046
3e —	*Flies* Henri de Beggen	132	116	128	140	134	101	146	127	1024
	Ourth Félix, de Remich	139	129	134	131	114	115	139	123	1024
4e —	*Didier* Nicolas, de Rodenbourg	46	42	44	40	44	41	45	39	341[2]
5e —	*Diderich* Gaston, de Luxembourg . . .	141	125	130	128	115	116	141	121	1017
6e —	*Herriges* Louis, de Luxembourg	135	124	116	120	114	123	146	133	1011
7e —	*Kreins* Michel, de Hüpperdange	130	112	117	124	121	131	134	117	986

[1]) 764 + 382 = 1146 — [2]) 341 + 682 = 1023.

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Points obtenus dans les différentes branches. Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Grec.	Mathématiques	Histoire et Géographie.	Histoire naturelle.	TOTAL.
	III^e CLASSE. — SECTION B. — *26 élèves.*									
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1^er PRIX.	*Bourg* François, de Luxembourg . . .	137	134	148	151	145	146	146	139	1146
2^e —	*Kettenmeyer* Jean-Baptiste, de Contern.	144	142	133	153	140	140	144	138	1134
3^e —	*Bellion* Camille, de Luxembourg	134	142	142	146	131	137	143	139	1114
4^e —	*Arendt* Maximilien, de Luxembourg. . .	142	144	132	144	113	138	133	140	1086
5^e —	*Pothas* Jean-Pierre, de Rollingergrund .	143	130	119	138	128	137	142	135	1072
1^er ACCESS.	*Pfeiffenschneider* Edouard, de Luxembg.	129	126	139	139	117	132	121	123	1026
2^e —	*Nœsen* Jacques, d'Esch s./l'Alzette . . .	128	134	119	126	113	138	128	112	998
3^e —	*Fox* Michel, de Wilz.	134	136	113	124	107	130	125	123	992
4^e —	*Kœtz* Louis, d'Esch s./l'Alzette.	140	140	116	117	112	115	130	117	987
	IV^e CLASSE. — SECTION A. — *21 élèves.*									
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1^er PRIX.	*Michels* François, de Bous	150	137	151	154	151	143	141	141	1168
2^e —	*Wolff* Léopold, de Luxembourg	142	143	145	129	145	130	156	132	1122
3^e —	*Schneider* Nicolas, de Steinfort	136	126	137	147	135	126	122	132	1061
1^er ACCESS.	*Reuter* Camille, de Luxembourg	133	147	138	123	99	130	119	136	1025
2^e —	*Steichen* Michel, de Gonderange	129	118	144	131	128	135	112	119	1016
	IV^e CLASSE. — SECTION B. — *23 élèves.*									
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	162	1314
1^er PRIX.	*Prüm* Emmanuel, de Clervaux	150	145	146	166	157	137	152	144	1197
2^e —	*Mohrmann* Robert, de Luxembourg . .	140	135	129	143	129	135	138	136	1085
3^e —	*Jentgen* Pierre, de Colmar-Berg	132	136	124	132	126	130	141	134	1055
1^er ACCESS.	*Schmit* Jean-Pierre, d'Everlange	135	130	117	138	133	128	126	134	1041
2^e —	*Ketter* Emile, de Schwebach	136	118	100	132	127	134	125	128	1000
3^e —	*Bastian* Philippe, de Grevenmacher . .	138	141	121	113	114	105	118	136	986

Points obtenus dans les différentes branches.

Vᵉ CLASSE. — Section A. — *34 élèves.*

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Grec.	Mathématiques.	Histoire et Géographie.	TOTAL
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	1152
1ᵉʳ Prix.	*Zanen* Jean, de Stockem	147	139	151	165	156	154	142	1054
2ᵉ —	*Schneider* Ernest, de Dudelange	151	136	149	163	149	145	147	1040
3ᵉ —	*Linden* Alphonse, de Dalheim	141	136	129	155	138	148	132	979
4ᵉ —	*Kugener* Eugène, de Wasserbillig . . .	143	135	115	146	130	152	147	968
5ᵉ —	*Nocké* Henri, de Luxembourg	135	127	119	150	133	150	149	963
1ᵉʳ Access.	*Weiland* Eugène, de Bettingen.	132	126	130	137	131	113	137	906
2ᵉ —	*Rippinger* François, de Beyren	137	121	114	152	134	130	115	903
3ᵉ —	*Thill* Paul, de Luxembourg	132	130	119	142	122	142	113	900
4ᵉ —	*Kœner* Michel, de Clervaux	128	117	131	152	122	134	107	891
5ᵉ —	*Prüm* Pierre, de Clervaux	133	133	128	137	101	132	126	890
6ᵉ —	*Schœmann* Constant, de Luxembourg .	122	121	116	129	138	129	113	868

Vᵉ CLASSE. — Section B. — *28 élèves.*

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Grec.	Mathématiques.	Histoire et Géographie.	TOTAL
	Maximum des points . . .	162	162	162	180	162	162	162	1152
1ᵉʳ Prix.	*Simminger* Bernard, de Mondorf . . .	149	139	140	166	156	142	142	1034
2ᵉ —	*Philippe* Albert, de Luxembourg. . . .	145	140	142	163	145	146	134	1015
3ᵉ —	*Jung* Joseph, de Mutfort	146	140	143	154	147	138	146	1014
4ᵉ —	*Jentgen* Joseph, de Luxembourg. . . .	138	136	133	152	113	146	144	962
5ᵉ —	*Lacroix* Alfred, de Luxembourg	141	126	133	150	126	129	134	939
6ᵉ —	*Antony* Florentin, de Rumelange. . . .	140	129	132	141	120	130	144	936
1ᵉʳ Access.	*Raths* Léon, de Hollerich	135	127	129	136	108	150	131	916
2ᵉ —	*Weydert* Joseph, de Waldbredimus . .	135	119	103	147	138	119	139	900
3ᵉ —	*Nickels* Alphonse, de Hollerich	129	129	126	148	127	99	139	897
4ᵉ —	*Peters* Albert, de Hollerich	130	113	119	149	146	102	121	880
5ᵉ —	*Feyder* Paul, de Luxembourg	130	128	132	138	122	114	113	877
6ᵉ —	*Massard* Paul, d'Esch s./l'Alzette . . .	126	127	130	133	111	122	127	876
	Schummer Henri, de Schuttrange . . .	149	119	106	128	109	130	135	876
7ᵉ —	*Reiffers* Jean, de Lieler.	119	119	129	140	118	130	120	875
8ᵉ —	*Jacques* Frédéric, d'Eich	137	130	121	131	102	116	132	869
9ᵉ —	*Rischard* Michel, de Hollerich	121	113	113	140	127	126	128	868
10ᵉ —	*Faber* Emile, de Bettembourg	126	112	119	144	124	120	119	864

VI^e CLASSE. — Section A. — *32 élèves.*

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Arithmétique.	Histoire et Géographie.	TOTAL.
	Maximum des points	162	162	162	180	162	162	990
1er Prix.	*Wagner* Antoine, de Grevenmacher	155	150	147	167	156	147	922
2e —	*Lang* Jean, de Keispelt	155	147	148	171	152	146	919
3e —	*Campill* Jules, d'Esch s./l'Alzette	150	149	132	139	134	143	847
4e —	*Gœdert* Nicolas, d'Esch s./l'Alzette	148	142	128	137	148	140	843
5e —	*Bengel* Pierre, de Grevenmacher	152	146	122	130	142	149	841
6e —	*Felies* Jean, de Gœtzingen	140	136	132	153	151	118	830
7e —	*Schwartz* Pierre, d'Arlon	150	136	133	134	137	133	823
8e —	*Ourth* Henri, de Remich	153	148	108	125	138	141	813
9e —	*Trausch* Pierre, de Boxhorn	153	137	112	132	131	143	808
1er Access.	*Kremer* Pierre, d'Esch s./l'Alzette	149	142	123	128	124	125	791
2e —	*Reckinger* Octave, de Bettembourg	147	141	106	98	125	142	759
3e —	*Greisch* Albert, de Hollerich	145	142	118	103	114	132	754
4e —	*Wilhelm* Emile, de Kayl	145	130	109	114	129	126	753
5e —	*Bohler* Jules, de Wilz	141	134	102	117	130	127	751
6e —	*Reisen* Jules, de Francfort s./M.	141	132	99	125	124	129	750

VI^e CLASSE. — Section B. — *26 élèves.*

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Arithmétique.	Histoire et Géographie.	TOTAL.
	Maximum des points	162	162	162	180	162	162	990
1er Prix.	*Margue* Nicolas, de Fingig	151	150	153	173	160	156	943
2e —	*Besch* Paul, de Luxembourg	147	151	143	161	160	158	920
3e —	*Dupont* Philippe, de Luxembourg	138	150	132	155	148	150	873
4e —	*Jung* Jean-Pierre, de Contern	140	138	134	156	153	141	862
4e —	*Klees* Victor, de Luxembourg	133	145	139	154	151	140	862
5e —	*Stein* Antoine, de Luxembourg	137	143	132	141	146	140	839
6e —	*Theisen* Alphonse, de Dalheim	132	122	123	166	153	140	836
7e —	*Bochkoltz* Victor, de Luxembourg	140	146	109	123	149	143	810
1er Access.	*Fœhr* Théodore, de Beidweiler	145	133	100	123	149	134	784
2e —	*Kummer* Alphonse, de Luxembourg	124	137	132	133	137	119	782
3e —	*Terres* Ernest, de Retonfey	134	128	121	125	138	134	780
4e —	*Steffes* Victor, de Flaxweiler	127	134	97	124	131	147	760
5e —	*Feyder* Aloyse, d'Ettelbruck	134	139	107	130	109	125	744

PRIX ET ACCESSITS.	NOMS ET PRÉNOMS des ÉLÈVES. DOMICILE DES PARENTS.	Points obtenus dans les différentes branches. Doctrine chrétienne.	Allemand.	Français.	Latin.	Arithmétique.	Histoire et Géographie.	TOTAL.
	CLASSE PRÉPARATOIRE. — SECTION A. — *38 élèves.*							
	Maximum des points . . .	180	180	180	180	180	180	1080
1er PRIX.	*Keiffer* Jules, de Luxembourg	179	173	178	177	179	175	1061
2e —	*Wenger* Ernest, de Luxembourg. . . .	172	172	171	177	176	171	1039
3e —	*Jubert* Henri, de Luxembourg	171	148	166	167	162	172	986
4e —	*Hellers* Alphonse, de Fenningen	164	150	140	146	163	165	928
5e —	*Turck* Charles, de Luxembourg	161	144	142	135	164	153	899
6e —	*Gillen* Nicolas, de Luxembourg	165	142	139	138	145	143	872
7e —	*Ollinger* Camille, de Luxembourg . . .	155	140	134	141	156	139	865
1er ACCESS.	*Lallmang* Jean, d'Ospern.	162	128	100	157	144	148	839
2e —	*Nouille* Jean, d'Ellezelles	146	116	127	133	161	151	834
3e —	*Miesch* Louis, de Luxembourg.	147	153	127	131	154	114	826
4e —	*Bervard* Alphonse, de Luxembourg. . .	143	141	131	119	138	140	812
4e —	*Bour* Léopold, de Dalheim	146	150	96	135	137	148	812
5e —	*Dieschbourg* Léon, de Luxembourg . .	163	132	157	133	132	94	811
6e —	*Colling* Edouard, de Rodange	146	146	116	107	156	139	810
	CLASSE PRÉPARATOIRE. — SECTION B. — *37 élèves.*							
	Maximum des points . . .	180	180	180	180	180	180	1080
1er PRIX.	*Lambert* Max, de Luxembourg . . .	174	163	168	166	174	166	1011
2e —	*Thiry* Jules, de Bonnevoie	170	151	159	163	169	156	968
3e —	*Schuler* Joseph, d'Eich	168	167	150	155	170	153	963
4e —	*Kœnig* Lucien, de Luxembourg	177	161	145	147	160	153	943
5e —	*Hostert* Joseph, de Vianden	168	159	155	156	153	150	941
5e —	*Origer* Henri, d'Esch s./l'Alzette	167	162	145	147	172	148	941
6e —	*de Wael* Paul, de Luxembourg.	168	162	149	135	164	159	937
7e —	*Blum* René, d'Esch s./l'Alzette.	156	159	153	161	141	143	913
8e —	*Düren* Maurice, de Luxembourg	163	160	145	140	148	147	903
9e —	*Apel* Ernest, d'Ehnen.	160	133	132	172	169	135	901
10e —	*Theisen* Servais, de Bas-Bellain	171	145	134	163	139	142	894
11e —	*Scholtus* Camille, d'Ospern	166	148	129	154	164	130	891
12e —	*Beck* Nicolas, de Kobenbour	160	148	123	130	157	150	868
1er ACCESS.	*Wilhelmy* Ernest, de Luxembourg . . .	166	129	131	134	159	126	845
2e —	*Carels* Norbert, de Rédange-sur-Attert .	142	143	127	138	157	123	830

COURS DE DESSIN.

DIVISION SUPÉRIEURE. — Cours facultatif. — *80 élèves.*

1er Prix : *Kugener* Léon, de Wasserbillig, et *Cravat* Paul, de Luxembourg.
2e — *van Dyck* Alfred, de Kayl ; *Sturm* Victor, de Luxembourg, et *Flesch* Robert, de Rumelange.

Accessits : *Palgen* Paul, de Maizières-les-Metz ; *Marx* Georges, de Schifflange ; *Kroll* Adolphe, de Luxembourg ; *Conrath* François, de Mondorf, et *Schanen* Jules, de Hollerich.

DIVISION INFÉRIEURE. — Cours obligatoire.

VIe Classe.

1er Prix : *Ourth* Henri, de Remich, et *Wagner* Antoine, de Grevenmacher.
2e — *Pauly* Norbert, de Schleifmühl.

Accessits : *Nouille* Jean, d'Ellezelles, et *Bochkoltz* Victor, de Luxembourg.

Classe préparatoire.

Accessits : *Türck* Charles, de Luxembourg ; *Keiffer* Jules, de Luxembourg ; *de Poucques* Fernand, de Moyeuvre-Grande, et *Schoos* Jean, de Bertrange.

COURS DE SOLFÈGE.

1er Prix : *Bischoff* Lucien, de Luxembourg, et *Stoffels* Pierre d'Itzig.
2e — *Müller* Léon, de Luxembourg.
3e — *Frieden* Jean-Pierre, d'Ehnen.

COURS DE GYMNASTIQUE.

COURS OBLIGATOIRE.

Ire DIVISION. — VIe CLASSE (S. A).

1er Prix : *Nouille* Paul, d'Ellezelles (Hainaut).
2e — *Wilhelm* Emile, de Kayl.

Accessits : *Trausch* Pierre, de Boxhorn ; *Tockert* Victor, d'Eich ; *Hoffmann* François, de Gasperich, et *Reisen* Jules, de Francfort.

VI^e CLASSE (S. B).

1^er Prix : *Pauly* Norbert, de Schleitmuhl, et *Kummer* Alphonse, de Luxembourg.
2^e — *Wagener* Michel, de Wilz.

Accessits : *Terres* Ernest, de Retonfey; *Schmit* Nicolas, d'Ettelbruck; *Fœhr* Théodore, d'Ernster, et *Jungblut* Jean, de Verlorenkost.

II^e DIVISION. — CLASSE PRÉPARATOIRE (S. A.)

1^er Prix : *Jubert* Henri, de Luxembourg.
2^e — *Bour* Léopold, de Dalheim, et *Wenger* Ernest, de Luxembourg.
3^e — *Turck* Charles, de Luxembourg, et *Koch* Maurice, de Luxembourg.

Accessits : *Funck* Georges, de Luxembourg ; *Nouille* Jean, d'Ellezelles (Hainaut) ; *Welter* Marcel, d'Esch-s -l'Alz , et Dennemeyer Emile, de Luxembourg.

CLASSE PRÉPARATOIRE (S B.)

1^er Prix : *de Pouques* Fernand, de Moyeuvre, et *Thiry* Jules, de Hoffelt.
2^e — *Lambert* Max, de Luxembourg, et Schuler Joseph, d'Eich.

Accessits : *Duren* Norbert, de Luxembourg; *Stoffels* Pierre, d'Itzig; *Watry* Léon, de Hollerich, et *Pinth* Camille. de Luxembourg.

Schluß des Schuljahres.

Am 2. August wird in der Domkirche, um 8 Uhr des Morgens, eine feierliche Danksagungsmesse mit Te Deum gesungen werden.

Die feierliche Preisverteilung findet am Samstag den 3. August, um 5 Uhr nachmittags statt.

Aufnahme der Schüler.

Schüler, welche die Aufnahme ins Gymnasium nachsuchen, haben sich Donnerstag, den 26. September, vormittags zwischen 8 und 12 oder nachmittags zwischen 2 und 5 Uhr im Athenäum beim Direktor der Anstalt anzumelden und müssen mit ihrem Geburtsscheine, sowie mit einem von ihren früheren Lehrern ausgestellten Zeugnis über Fähigkeit und sittliches Betragen versehen sein.

Um aufgenommen zu werden, muß der Schüler 12 Jahre alt sein und diejenigen Kenntnisse besitzen, welche erfordert sind, um die Kurse der Klasse, in welche er eintreten will, mit Erfolg zu besuchen.

Im Falle von außergewöhnlichen, durch die Aufnahmeprüfung erwiesenen Fähigkeiten kann die Aufnahme von Schülern gestattet werden, welche noch nicht volle 12 Jahre alt sind.

Die Aufnahme-Prüfung der Schüler wird Freitag und Samstag, den 27. und 28. September, jedesmal um 8 Uhr morgens und 2 Uhr nachmittags, vor den Professoren der Klasse, in welche sie eintreten sollen, stattfinden.

Schüler, welche die Aufnahme in III^a nachsuchen, müssen zuvörderst die Übergangsprüfung von IV^a nach III^a bestehen.

Diejenigen, welche sich für die Aufnahme in II^a oder I^a anmelden, müssen das Uebergangsexamen von IV^a nach III^a bestehen, bevor sie zur Aufnahmeprüfung für die betreffende Klasse zugelassen werden können.

Die Uebergangsprüfung findet reglementarisch am Schluß des Schuljahres statt.

Clôture de l'année scolaire.

Le *2 août*, à 8 heures du matin, une messe solennelle suivie d'un *Te Deum* en action de grâces sera chantée à la cathédrale.

La distribution solennelle des prix aux élèves aura lieu le *samedi, 3 août,* à 5 heures de l'après-midi.

Admission des élèves.

Les jeunes gens qui désirent être admis au gymnase de l'athénée, devront se présenter *jeudi, le 26 septembre prochain,* entre 8 heures et midi, ou entre 2 et 5 heures de l'après-midi, au bureau du directeur de l'athénée et être munis d'un extrait de leur acte de naissance, ainsi que de certificats de capacité et de bonne conduite, délivrés par leur instituteur ou professeur précédent.

Pour être admis, l'élève doit être âgé de douze ans et avoir les connaissances nécessaires pour pouvoir suivre avec succès les cours de la classe dans laquelle il désire entrer.

En cas de capacités extraordinaires, constatées par l'examen d'admission, l'admission d'élèves ayant moins de douze ans accomplis peut être autorisée.

L'examen d'admission aura lieu les *vendredi* et *samedi, 27 et 28 septembre,* chaque fois à 8 heures du matin, et à 2 heures de l'après-midi, devant les professeurs des classes respectives dans lesquelles les élèves veulent entrer.

Les jeunes gens qui désirent entrer en III^e, devront passer l'examen de passage de la IV^e à la III^e.

Ceux qui se présenteront pour la II^e ou la I^re, deront se soumettre à l'examen de passage de la IV^e à la III^e, avant de pouvoir être admis à l'examen d'entrée de la classe respective.

L'examen de passage aura lieu à la fin de l'année scolaire.

Schüler, welche sich nach dem 27. September anmelden, werden nur infolge Ermächtigung des betreffenden General-Direktors zur Aufnahme prüfung zugelassen. Dieselben müssen ein schriftliches Gesuch an den Direktor einreichen, in welchem sie die Gründe ihrer verspäteten Anmeldung darlegen Diese Gesuche werden der Regierung zugleich mit dem Gutachten des Direktors zugestellt. Erstere kann die Ermächtigung zur Abhaltung einer neuen Prüfung erteilen.

Schüler, welche die Aufnahmeprüfung nicht bestanden haben, dürfen sich nicht mehr im Laufe desselben Schuljahres zur Aufnahme in die betreffende Klasse an irgend einer Landes-Anstalt des mittleren Unterrichts anmelden.

Am **Montag, den 30. September**, um 8 Uhr, werden die Schüler der Anstalt der Heilig-geist-Messe in der Domkirche beiwohnen.

Gleich nach der Messe findet die Prüfung derjenigen Schüler statt, deren Aufnahme in eine höhere Klasse durch ein Examen über einen oder mehrere Unterrichtszweige bedingt ist.

Die Professorenkonferenz kann den Schülern, welche sich in den durch das allgemeine Reglement vorgesehenen Fällen befinden, die Befreiung vom Minerval bewilligen.

Gesuche um Befreiung vom Minerval müssen von einem Auszuge aus der Steuerrolle oder von einem andern von der Professorenkonferenz für nötig erachteten Zeugnisse begleitet sein.

Die Befreiung vom Minerval wird nur für die Dauer eines Jahres bewilligt. Wenn am Schlusse des Jahres der vom Minerval befreite Schüler nicht wenigstens ein Accessit erhalten hat, so wird ihm die Befreiung im folgenden Schuljahr entzogen

Mittwoch, den 2. Oktober, um 8 Uhr morgens werden sämtliche Kurse beginnen.

Ceux qui se présenteront après le 27 septembre, ne pourront être admis à l'examen d'entrée qu'avec l'autorisation du Directeur général du service afférent. Les élèves qui se trouvent dans ce cas, adresseront au directeur une demande écrite, dans laquelle ils exposeront les motifs qui les ont empêchés de se présenter à l'époque réglementaire Ces demandes seront transmises au gouvernement avec l'avis du directeur. Le gouvernement pourra autoriser un nouvel examen.

Les jeunes gens qui ont été rejetés à l'examen d'admission, ne pourront plus se représenter dans le courant de l'année scolaire à l'admission dans la classe respective dans aucun des établissements d'enseignement moyen du pays.

Le *lundi, 30 septembre*, à 8 heures, les élèves assisteront à la messe du Saint-Esprit, qui sera chantée à la cathédrale.

Immédiatement après la messe aura lieu l'examen des élèves dont l'avancement est subordonné à une épreuve sur une ou plusieurs branches d'enseignement.

La conférence des professeurs peut accorder l'exemption du paiement du minerval aux élèves qui se trouvent dans les conditions exigées à cet effet par le règlement général.

Les demandes en exemption du paiement du minerval doivent être accompagnées d'un extrait des rôles des contributions ou de tout autre certificat que la conférence des professeurs trouve nécessaire de faire produire.

Les exemptions ne sont accordées que pour un an. Si, à la fin de l'année, l'élève exempté ne figure pas au moins parmi les accessits de sa classe, il ne jouira plus de l'exemption pendant l'année scolaire suivante.

Le mercredi, 2 octobre, à 8 heures du matin, tous les cours entreront en activité.

Gegenstände
der Aufnahmeprüfung für die Vorbereitungsklasse.

Religionslehre. — Der Diözesan-Katechismus, sowie die Hauptthatsachen des alten und neuen Testamentes. [1])

Deutsche Sprache. — Richtiges und geläufiges Lesen; Verständnis eines leichteren prosaischen und poetischen Lesestoffes. Die Wortarten und deren Abwandlung durch Deklination, Komparation und Konjugation. — Schriftliche Wiedergabe einer vorgelesenen leichteren Erzählung.

Französische Sprache. — Geläufiges Lesen eines leichten Stückes mit richtiger Aussprache. — Kenntnis der Hauptregeln der Lexikologie: Substantiv (Pluralbildung), Adjektive (Femininformen und Pluralbildung), Artikel, bestimmende Adjektive, Pronomina, Hilfszeitwörter, die vier regelmäßigen Konjugationen mit den orthographischen Eigentümlichkeiten, unregelmäßige Verben mit Ausschluß der defektiven Verba und deren Zusammensetzungen. — Übersetzung eines leichten Stoffes aus dem Deutschen ins Französische und aus dem Französischen ins Deutsche. — Wiedergabe eines leichten Diktates.

Rechnen. — Numeration der ganzen und der Dezimalzahlen. — Die vier Grundrechnungsarten der ganzen Zahlen, Dezimalzahlen und Brüche. — Metrisches System. — Leichte Aufgaben über die einfache Regel-de-tri und die Zinsberechnung.

[1]) Man wird über jene Stellen, die in dem in unsern mittleren Lehranstalten gebrauchten Handbuche von Schuster mit einem Kreuze (†) bezeichnet oder in Kursivschrift gedruckt sind, nicht examinieren.

MATIÈRES
de l'examen d'admission en préparatoire.

Doctrine chrétienne. — Le catéchisme diocésain et les principaux faits de l'ancien et du nouveau testament.[1])

Langue allemande. — Lecture correcte et coulante, et intelligence d'un morceau facile en prose et en vers. — Les parties du discours: déclinaison, comparaison et conjugaison. — Reproduction par écrit d'une narration facile.

Langue française. — Lecture correcte et coulante d'un morceau facile. — Connaissance des principales règles de la lexicologie: substantif (pluriel), adjectifs qualificatifs (féminin et pluriel), article, adjectifs déterminatifs, pronoms, verbes auxiliaires, les quatre conjugaisons régulières avec les particularités orthographiques, verbes irréguliers à l'exclusion des verbes défectifs et de leurs composés. — Traduction de phrases faciles de l'allemand en français et du français en allemand. — Dictée facile.

Arithmétique. — Numération des nombres entiers et des nombres décimaux. — Les quatre opérations fondamentales des nombres entiers, des nombres décimaux et des fractions. — Système métrique. — Problèmes faciles sur la règle de trois simple et la règle d'intérêt.

[1]) On n'interrogera pas sur les passages qui, dans le manuel de Schuster en usage dans nos établissements d'enseignement moyen, sont marqués d'une croix (†) ou sont imprimés en caractères italiques.

№ $\frac{1014}{80/01}$

Vu et approuvé.

Luxembourg, le 23 juillet 1901.

Le Directeur général des finances,

M. MONGENAST.